



TÜRKİYE BİLİMLER AKADEMİSİ

LİSE MATEMATİK KONULARI İÇİN **GÜNLÜK HAYATTAN MODELEME SORULARI**

Yazarlar

Prof. Dr. Ayhan Kürşat ERBAŞ
Doç. Dr. Bülent ÇETİNKAYA
Prof. Dr. Cengiz ALACACI
Prof. Dr. Erdiç ÇAKIROĞLU
Yard. Doç. Dr. Arzu AYDOĞAN YENMEZ
Yard. Doç. Dr. Aysel ŞEN ZEYTUN
Yard. Doç. Dr. Himmet KORKMAZ
Dr. Mahmut KERTİL
Yard. Doç. Dr. Makbule Gözde DİDİŞ
Yard. Doç. Dr. Sinem BAŞ
Dr. Zülal ŞAHİN

Türkiye Bilimler Akademisi Ders Kitapları Sayı: 10

Lise Matematik Konuları İçin Günlük Hayattan Modelleme Soruları

ISBN: 978-9944-252-75-1

www.tuba.gov.tr
e-posta: tuba@tuba.gov.tr

Copyright © 2016 Türkiye Bilimler Akademisi

Bu kitabın tüm yayın hakları Türkiye Bilimler Akademisi'ne aittir.
Yazılı izin alınmadan hiçbir yolla çoğaltılamaz.
CD ya da manyetik bant haline getirilemez.

Sayfa Tasarımları
Erdoğan DİZDAR
Ece YAVUZ

Resimleyen
Bora SENGER

Redaksiyon
Turgay ANAR

Birinci Baskı
1000 Adet

Baskı Yeri
Ses Reklam Matbaacılık, ANKARA

Baskı Tarihi
Ocak 2016

SUNUŞ

Ülkelerin gelişmişlik düzeyleri; toplumda bilimsel düşüncenin benimsenmesi, bireylerin keşfetme merakıyla öğrenmeye ve araştırmaya yönelmesi/yöneltmesi, bilimsel bilginin gelişmesi ve değişik kullanım alanlarında katma değer yaratan sonuçlar doğurması ile doğrudan ilişkilidir. Bu çerçevede bilimi seven, bilimsel bilgiyi nasıl elde edebileceğini ve kullanabileceğini bilen bireyler yetiştirmek, toplumların ilerlemesi için önemli bir ihtiyaç ve zorunluluktur.

Sadece bilimsel bilgi vermeye dayalı değil, sorgulatarak bilimsel yöntemlerle yapılan, öğrencinin birebir kendisini bilim insanı gibi hissetmesini sağlayan, aldığı eğitim süresince elde ettiği başarıya duygusuyla daha fazla araştırmaya ve öğrenmeye heveslenmesine yol açan bir eğitim yönteminin uygulanmasının, daha çok öğrencinin bilime yönelmesini sağlayacağı birçok uzman tarafından savunulmaktadır. Kuruluş görev ve amaçları arasında “toplumda bilimsel yaklaşım ve düşüncelerin yayılmasına rehberlik etmek, toplumda bilime olan ilginin artırılmasını ve gençlerin bilim insanı olmaya özendirilmesini sağlamak” olan Türkiye Bilimler Akademisi (TÜBA), diğer ulusal akademiler gibi “bilim eğitimi”ni öncelikli bir etkinlik alanı olarak benimsemiştir. Buradan hareketle, bilginin deneyimlerle yapılandırıldığı ve öğrenmenin aktif bir süreç olması gerektiği görüşüyle “sorgulama temelli matematik ve bilim eğitimi” modelini esas alan uygulamaları ülkemizde yaygınlaştırmayı, bilimi gençlere tanıtmayı ve sevdirmeyi hedefleyen “TÜBA Bilim Eğitimi” Projesini/Programını yürütmektedir.

Fen, Teknoloji, Mühendislik, Matematik (STEM) eğitiminin gittikçe önem kazandığı günümüz dünyasında öğrencilerin matematiği gerçek hayatla ve diğer disiplinlerle ilişkilendirerek, anlamlı ve kalıcı bir şekilde öğrenmeleri oldukça önemlidir. Bu amaçla matematiksel modelleme ve uygulamaların ilköğretim, ortaöğretim ve yükseköğretim düzeylerinde matematik derslerinde kullanılması fikri tüm dünyada giderek yaygınlaşmaktadır. “Lise Matematik Konuları için Günlük Hayattan Modelleme Soruları” başlıklı bu eser, öğretmenlere, öğretmen adaylarına ve öğrencilere yardımcı olacak ve öğrenme ortamlarında/faaliyetlerinde kullanılacak matematiksel modelleme malzemeleri içermesi bakımından ülkemiz eğitimine önemli bir katkı olarak değerlendirilmektedir.

“Lise Matematik Konuları için Günlük Hayattan Modelleme Soruları” başlıklı eseri yayına hazırlayan bilim insanları Ayhan Kürşat Erbaş, Bülent Çetinkaya, Cengiz Alacacı, Erdinç Çakıroğlu, Arzu Aydoğan Yenmez, Aysel Şen Zeytun, Himmet Korkmaz, Mahmut Kertil, Makbule Gözde Didiş, Sinem Baş ve Zülal Şahin ile yayında katkısı olan herkese teşekkür ediyor, eserin ülkemizdeki bilim eğitimine yararlı olmasını diliyorum.

Prof. Dr. Ahmet Cevat ACAR
TÜBA Başkanı

Öğretmen ve öğrencilerimize ...

ÖNSÖZ

Matematik eğitiminin amacı öğrencileri matematiğin sayılar, cebir, geometri, veri analizi, olasılık gibi farklı alanlarında bilgi sahibi yapmanın yanında “modelleme ve problem çözme; matematiksel dili ve terminolojiyi doğru ve etkin kullanma; matematiksel akıl yürütme; matematiği kendi içinde ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme; matematiği hissedilir, yararlı, uğraşmaya değer olarak görme; bilgi ve iletişim teknolojilerini matematiği öğrenirken ve matematikle uğraşırken yerinde ve etkin kullanma” gibi kişinin şahsî, sosyal ve meslekî hayatında ihtiyaç duyduğu bilgi ve becerileri kazandırmaktır. Bu ise temel matematiksel yapılar ve işlemler, bu yapı ve işlemlerin barındırdığı anlamların kavranması ve kullanılması ile mümkündür. Ancak, öğrencilerin büyük çoğunluğunun rutin soruların ötesinde basit problemlerin çözümünde dahi zorluk yaşadıkları sıklıkla görülmektedir.

Öğrencilerin matematiği gerçek hayatla ilişkilendirerek ve anlamlı bir şekilde öğrenmelerine yardımcı olacağı düşüncesiyle, matematiksel modellemenin ilköğretim, ortaöğretim ve yükseköğretim düzeyinde matematik derslerinde kullanılması fikri diğer ülkelerde olduğu gibi ülkemizde de son yıllarda gündeme gelmiştir.

Matematiksel modelleme matematik eğitiminde önemli kabul edilmesine rağmen bu konuda öğretmenlere yardımcı olacak ve sınıf ortamlarında kullanılacak materyaller çok sınırlıdır. Matematiksel modelleme konusunda ortaöğretime yönelik yabancı dilde yazılmış kaynaklar olmakla birlikte bu konuda ortaöğretim için Türkçe kaynak hemen hemen yok gibidir.

Bu kitap, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından desteklenen 110K250 kodlu araştırma projesinin bir ürünüdür. Kitaptaki matematiksel modelleme soruları, proje kapsamında geliştirilen ve adapte edilen sorular arasından seçilmiş olup, bunlardan bazıları farklı okullarda öğretmen ve öğrencilerle matematik derslerinde uygulanmıştır. Bu çalışmaya katkıda bulunan tüm öğretmen ve öğrencilere teşekkürlerimizi sunarız.

Bu kitapta, matematik derslerinde lise düzeyinde işlenen konulara yönelik matematiksel modelleme örnekleri sunuyoruz. Kitap üç bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, matematiksel modellemenin kısa bir açıklaması yapılmakta ve matematik eğitimindeki yerine değinilmektedir. Ayrıca, bu bölümde modelleme etkinliklerinin

sınıf ortamında kullanımı ile ilgili öğretmenlere rehberlik edecek bazı uyarı ve açıklamalara yer verilmiştir. İkinci bölümde, lise düzeyinde matematiksel modelleme etkinliklerinde kullanılabilecek 45 modelleme problemi sunulmuştur. Üçüncü bölümde ise bu soruların çözümleri verilmiştir. Kitabın ülkemizde lise düzeyinde matematiksel modelleme konusundaki kaynak eksikliğini gidermeye hizmet edeceğini ve yeni dönemde matematik eğitiminde öğretmen ve öğrencilere yararlı olacağını ümit ediyoruz.

Yazarlar

A.K.E./TÜBA-GEBİP/2012-11. Ayhan Kürşat ERBAŞ, Türkiye Bilimler Akademisi Genç Bilim İnsanlarını Ödüllendirme Programı (TÜBA-GEBİP) tarafından desteklenmektedir.

Bu kitabın yazarlarından Prof. Dr. Ayhan Kürşat ERBAŞ, Doç. Dr. Bülent ÇETİN-KAYA ve Prof. Dr. Erdinç ÇAKIROĞLU ODTÜ Bilim, Teknoloji, Mühendislik ve Matematik Eğitimi Uygulama ve Araştırma Merkezi (BİLTEM) ile bağlantılı öğretim elemanlarıdır.

İÇİNDEKİLER

SUNUŞ	iii
ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER.....	vii
BÖLÜM/1.....	1
Matematiksel Modelleme Nedir?.....	1
Matematiksel Modelleme Niçin Önemlidir?.....	3
Matematiksel Modellemenin Sınıfta Kullanımı İçin Öneriler.....	11
BÖLÜM/2 - MODELLEME SORULARI	14
Modelleme Soruları Listesi (Başlığa göre alfabetik sırada).....	15
Banka Soygunu	18
Gerçekten Kanser Mi Değil Mi?.....	19
Kim 500 Milyar İster?	21
Antik Çağ Kalıntıları	23
Diş Hekimi Randevuları	25
Nasıl Depolayalım?.....	26
Caddede Park Yeri.....	27
Dönme Dolap	29
Trafik İşaret Levhaları	30
Tahta En İyi Nereden Görünür?	32
Gün Uzunluğunu Tahmin Et	33
En İyi Koltuk Hangisi?.....	35
Kaplumbağa Terbiyecisi	37
Ayak İzi Problemi	38
Benzinin İyisi Hangisi?.....	39
Çitleyelim	40
Acile Gelen Yüksek Tansiyon Hastası	41
Gelecek Yüzyılda Türkiye	43
Su Deposu	44
Boru Hattı Güzergâhını Belirle	45
Doğa Yürüyüşü Parkuru Krokisi	48
Yaz İşİ.....	49
Hangi Konutu Almalı?.....	51

Hangi Otomobili Almalı?.....	53
Zıplayan Top!	55
Aracın Durma Mesafesi	56
Atlamak Ya Da Atlamamak!.....	58
Dergi Satışları	59
Göl Kirliliği	60
Kazalar, Kazalar.....	61
Kıyamet Saati	63
Kömür Tüketimi	64
Maksimum Alan.....	67
Meyve Suyu Ambalajı.....	68
Mikroorganizmalar Nasıl Çoğalır?	69
Patlamış Mısır Kutusu	70
Sarkaçlı Saati Nasıl Tamir Edelim?	71
Satranç Tahtası.....	72
Süt İneklerinin Dengeli Beslenmesi	73
Aman Petrol, Canım Petrol.....	74
Ücretsiz Lunapark Treni.....	76
Köfte Savaşları	77
Hastanız İlacı Nasıl Kullansın?.....	78
Posta Sorunu.....	80
Üretim Hatası.....	81
BÖLÜM/3 - ÖRNEK ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI.....	82
Banka Soygunu: Örnek Çözüm Yaklaşımı	83
Gerçekten Kanser mi Değil mi?: Örnek Çözüm Yaklaşımı.....	83
Kim 500 Milyar İster? Örnek Çözüm Yaklaşımı.....	85
Antik Çağ Kalıntıları: Örnek Çözüm Yaklaşımı.....	86
Diş Hekimi Randevuları: Örnek Çözüm Yaklaşımı.....	87
Nasıl Depolayalım? Örnek Çözüm Yaklaşımı	88
Caddede Park Yeri: Örnek Çözüm Yaklaşımı	91
Dönme Dolap: Örnek Çözüm Yaklaşımı	92
Trafik İşaret Levhaları: Örnek Çözüm Yaklaşımı	94
Tahta En İyi Nereden Görünür? Örnek Çözüm Yaklaşımı.....	96
Gün Uzunluğunu Tahmin Et: Örnek Çözüm Yaklaşımı	97
En İyi Koltuk Hangisi? Örnek Çözüm Yaklaşımı	99
Kaplumbağa Terbiyecisi: Örnek Çözüm Yaklaşımı	100
Ayak İzi Problemi: Örnek Çözüm Yaklaşımı	100

Benzinin İyisi Hangisi: Örnek Çözüm Yaklaşımı	101
Çitleyelim: Örnek Çözüm Yaklaşımı	102
Acile Gelen Yüksek Tansiyon Hastası: Örnek Çözüm Yaklaşımı	103
Gelecek Yüzyılda Türkiye: Örnek Çözüm Yaklaşımı	104
Su Deposu: Örnek Çözüm Yaklaşımı	107
Boru Hattı Güzergâhı: Örnek Çözüm Yaklaşımı	109
Doğa Yürüyüşü Parkur Krokisi: Örnek Çözüm Yaklaşımı	110
Yaz İş: Örnek Çözüm Yaklaşımı	112
Hangi Konutu Almalı: Örnek Çözüm Yaklaşımı	114
Hangi Otomobili Almalı: Örnek Çözüm Yaklaşımı	115
Zıplayan Top: Örnek Çözüm Yaklaşımı	116
Aracın Durma Mesafesi: Örnek Çözüm Yaklaşımı	118
Atlamak ya da Atlamamak: Örnek Çözüm Yaklaşımı	119
Dergi Satışları: Örnek Çözüm Yaklaşımı	120
Göl Kirliliği: Örnek Çözüm Yaklaşımı	121
Kazalar Kazalar: Örnek Çözüm Yaklaşımı	122
Kıyamet Saati: Örnek Çözüm Yaklaşımı	122
Kömür Tüketimi: Örnek Çözüm Yaklaşımı	125
Maksimum Alan: Örnek Çözüm Yaklaşımı	134
Meyve Suyu Ambalajı: Örnek Çözüm Yaklaşımı	136
Mikroorganizmalar Nasıl Çoğalır?: Örnek Çözüm Yaklaşımı	137
Patlamış Mısır Kutusu: Örnek Çözüm Yaklaşımı	140
Sarkaçlı Saati Nasıl Tamir Edelim?: Örnek Çözüm Yaklaşımı	141
Satranç Tahtası: Örnek Çözüm Yaklaşımı	142
Süt İneklerinin Dengeli Beslenmesi: Örnek Çözüm Yaklaşımı	143
Aman Petrol, Canım Petrol: Örnek Çözüm Yaklaşımı	145
Ücretsiz Lunapark Treni: Örnek Çözüm Yaklaşımı	146
Köfte Savaşları: Örnek Çözüm Yaklaşımı	147
Hastanız İlacı Nasıl Kullansın: Örnek Çözüm Yaklaşımı	148
Posta Sorunu: Örnek Çözüm Yaklaşımı	151
Üretim Hatası: Örnek Çözüm Yaklaşımı	152
KAYNAKLAR.....	154

BÖLÜM/1

MATEMATİKSEL MODELLEME VE MATEMATİK EĞİTİMİ

BÖLÜM/1

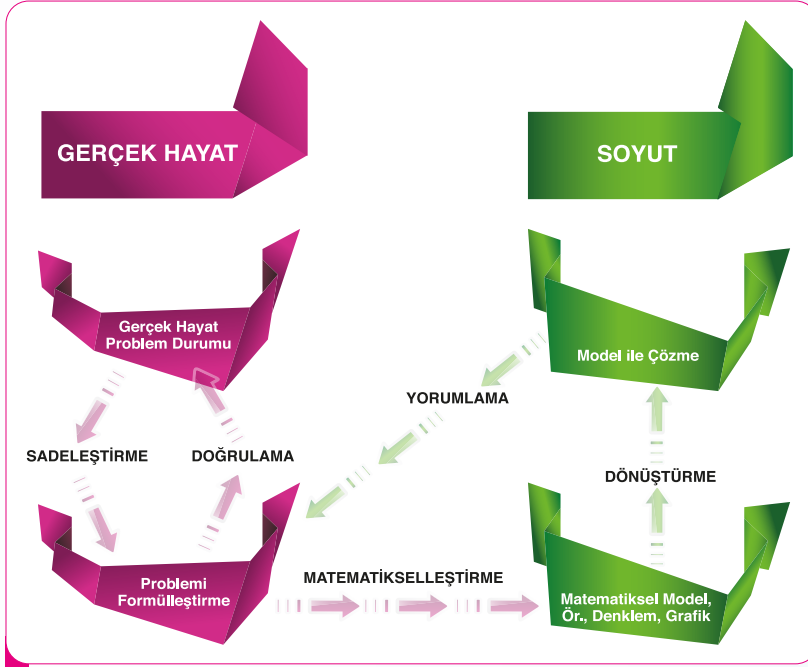
Matematiksel Modelleme Nedir?

Modelleme, birçok alanda ve farklı anlamlarda kullanılan bir terimdir. Fakat yaygın olarak bir olayı, olguyu veya olaylar arasındaki ilişkileri ortaya çıkarma; ifade etme ve bir amaç için düzenleme sürecini gösterir. Biz de terimin anlamını bu şekilde kullanacağız.

Matematiksel model ve modelleme. Modeller, bir takım karmaşık sistemleri, tanımlamak ve açıklamak için kullanılır. Modeller, tarif edilmeye çalışılan sistemin önemli bileşenleri, bileşenler arasındaki ilişkiler, kurallar ve işlemleri farklı notasyon sistemleri kullanarak betimler.^[1] Bu çerçevede model, karmaşık sistemleri ve yapıları yorumlamak ve anlamak için zihinde var olan kavramsal yapılar ile bu yapıların matematiksel ifadeler ve çizimler gibi dış temsillerinin bütünü şeklinde tanımlanabilir. Matematiksel modellerde, zihinde var olan ve gerçek hayat durumlarını açıklamak için kullanılan matematiksel araçlardır.^[2] Örneğin gün uzunlukları gibi periyodik yapıya sahip durumları açıklamak için trigonometrik fonksiyonlar ve bu fonksiyonların farklı gösterimleri bir matematiksel modeldir. Bu bakış açısıyla sembolik ve soyut olarak öğretilen matematiksel konu ve kavramların her biri ayrı matematiksel modeller olarak kabul edilebilir.

Matematiksel modellemenin öğretimde kullanımıyla ilgili iki temel yaklaşım vardır.^[2,3] Birinci yaklaşım, matematik derslerinde hazır bir şekilde verilen matematiksel bilgilerin (modellerin) gerçek hayat durumlarını incelerken kullanılması, dönüştürülmesi ve uyarlanmasını içermektedir. Bu yaklaşımda matematiksel modeller ve bu modellerin hangi gerçek hayat durumlarını yorumlamada kullanılabileceği bilgileri hazır verilmektedir. İkinci yaklaşım ise bir gerçek hayat durumunu yorumlama sürecinde öğrencilerin kendi sembolik araçlarını ve modellerini ortaya çıkarma ve geliştirmesini öngörür. Bu yaklaşım öğrencilere kendi matematiksel modellerini oluşturma ve geliştirme fırsatını vermeyi önemsemektedir. İkinci yaklaşıma göre modelleme, olayları ve problemleri yorumlama (tanımlama, açıklama veya oluşturma) sürecinde problem durumlarını zihinde düzenleme, koordine etme, sistemleştirme ve bunları organize edip bir düzen bulma, zihinde farklı şemalar ve modeller kullanma ve oluşturma sürecidir.^[1] Bu bağlamda “model” bir süreç sonunda oluşturulmuş ürünü veya yapıyı ifade ederken; “modelleme” ise bir durumun fiziksel, sembolik ya da soyut modelini oluşturma sürecini ifade etmektedir.^[4]

Modelleme süreci. Modellemede, verilenleri kullanarak hedefe ulaşma sürecinde katı bir prosedür takip edilmesi söz konusu değildir. Matematiksel modelleme sürecinde verilenleri kullanarak bir çözüme ulaşma, çözümü gerçek hayat durumuyla karşılaştırma, eğer bunlar yeterli değilse çözümü geliştirme veya yeni bir çözüm oluşturma gibi birden fazla döngü vardır. Buna göre, modelleme süreci lineer olmayan, tekrarlı döngüler içeren ve beş temel aşamadan oluşan bir süreçtir (bk. Şekil 1): (i) gerçek hayat problemini tanımlama ve sadeleştirme; (ii) bir matematiksel model oluşturma; (iii) modeli dönüştürme, geliştirme ve çözüme; (iv) modeli yorumlama; (v) modeli doğrulama ve kullanma.^[5]



Şekil 1. Matematiksel modelleme süreci [5]

Birinci aşamada, öğrenciler problem durumunu inceleyip verilen bilgileri belirleyerek, problem durumunu anlayabilecekleri en sade hale getirirler. İkinci aşamada, problem durumunu ifade edebilecek matematiksel gösterimlerden (grafik, denklem vb.) yararlanarak problemi matematiksel ifadeye aktarır. Üçüncü aşama, probleme matematiksel bir çözüm bulabilmek için geliştirilen matematiksel gösterimleri dönüştürme ve analiz etme sürecini içerir. Dördüncü aşamada, öğrenciler buldukları çözümün birinci aşamada analiz ettikleri gerçek hayat durumu ile tutarlı olup olmadığını incelerler. En son aşamada ise öğrenciler geliştirdikleri matematiksel modelin üzerinde çalıştıkları problem durumunu ve benzer durumları açıklamada ne kadar geçerli ve kullanışlı olduğuna karar verirler. Her bir aşamada bir önceki aşamaya geri dönme ve alternatifler üretme olduğu için modelleme sürecinde tekrarlı bir döngü ortaya çıkmaktadır.

Matematiksel modelleme ve problem çözme. Matematik derslerinde yaygın olarak kullanılan işçi, havuz, yaş, faiz, karışım vb. türden problemler öğrencilerde matematiğin gerçek hayatta uygulama becerilerini geliştirmekten uzaktır. Problem çözme; verilenlerin, ulaşılması gereken sonucun ve sonuca ulaşmak için kullanılması gereken işlemlerin belirli olduğu durumlardan farklıdır. Problem çözme; çözüm yolunun önceden bilinmediği veya açık olmadığı, mevcut bilgilerin ve akıl yürütme becerilerinin kullanılarak çözüm için bir strateji geliştirildiği, geliştirilen stratejinin uygulandığı ve elde edilen çözümün doğrulandığı bir süreci ifade eder. Bu bağlamda geleneksel olarak geçmişten günümüze kadar derslerde kullanılan bu türden sözel problemler matematik eğitiminin girişte verilen amaçlarını gerçekleştirebilmekten uzaktır. Bu tür problemler öğrencilerde her problemin çabucak çözülebilir olması gerektiğini düşünme; çözüm için problem durumuna değil problem metnindeki anahtar kelimelere odaklanma veya daha önce çözdükleri benzer problemlerdeki çözüm kalıplarını sorgulamadan uygulama gibi bazı kabullerin gelişmesine sebep olmaktadır. Ayrıca bazı geleneksel problemlerde gerçek hayat gibi verilen durumlar fazla idealleştirilmiş ve değişkenleri belirlenmiş oldukları için bunlar yeterince gerçekçi değildir. Bu yüzden öğrencilerin modelleme becerilerinin geleneksel problemlerle geliştirilebilmesi zordur. Matematiksel modellemenin geleneksel problem çözme yaklaşımlarıyla kıyaslandığında, problemlerin daha açık uçlu, öğrencilere farklı düşünme fırsatları sunan, daha gerçekçi ve anlamlı öğrenmeyi destekleyen özelliklere sahip olduğu anlaşılmaktadır.

Genel olarak matematiksel modelleme ve problem çözmenin bir karşılaştırması Tablo 1'de gösterilmiştir^[1].

Tablo 1. Geleneksel problem çözme anlayışı ve matematiksel modellemenin bir karşılaştırması

Geleneksel Problem Çözme Yaklaşımları	Matematiksel Modelleme
* Verilenleri kullanarak belirli bir sonuca ulaşma süreci.	* Çoklu döngü, farklı yorumlar.
* Problem bağlamı idealleştirilmiş gerçek veya gerçekçi hayat durumları.	* Otantik gerçek hayat bağlamı.
* Öğrencilerden hazır öğretilmiş formül, algoritma, strateji, matematiksel fikir vb. yapıları kullanmaları beklenmektedir.	* Öğrenciler modelleme sürecinde önemli matematiksel fikir ve yapıları geliştirme, gözden geçirme ve düzeltme aşamalarını yaşarlar.
* Bireysel çalışma ön planda.	* Grup çalışması vurgulanıyor (sosyal iletişim, matematiksel fikirlerin paylaşımı vs.)
* Gerçek hayattan soyutlanmış.	* Gerçek hayatla ilişkili ve disiplinler arası bir doğaya sahip.
* Öğrencilerden matematiksel sembol ve yapıları anlamlandırmaları bekleniyor.	* Modelleme sürecinde ise öğrenciler anlamlı gerçek hayat durumların matematiksel tarifini yapmaya çalışıyor.
* Belirli problem çözme stratejilerinin (farklı bir yaklaşım geliştirme, bir şekil üzerine aktarma vb.) öğretilmesi ve benzer problemlerde kullanılması.	* Birden fazla ve öğrenciler tarafından bilinçli olarak duruma özel geliştirilen, belirgin olmayan çözüm stratejileri.
* Tek doğru bir çözüm.	* Birden fazla çözüm yaklaşımı ve çözüm (model).

Matematiksel Modelleme Niçin Önemlidir?

Modellemenin bir öğretim aracı olarak kullanıldığı eğitim yaklaşımında öğretmenin ve öğrencinin rolü geleneksel anlayışın ötesinde yeniden tanımlanmalıdır. Öğrencilerin aktif olarak ön planda olduğu bu öğretim yaklaşımında öğrenci; araştırmacı, sorgulayıcı, yönetici bir rol üstlenirken öğretmen, rehber ve danışman rolünü üstlenmektedir. Değişen bu roller ile birlikte, öğretmenler ve öğrenciler için farklı bir eğitim-öğretim ortamı ve farklı kazanımlar geçerlidir. Bu kazanımlardan bazılarına aşağıdaki bölümde değinilmektedir.

Matematiksel Modellemenin Öğrencilere Sağlayacağı Kazanımlar

Modelleme etkinliklerinin öğretim sürecinde kullanılması öğrencilerin bilişsel, duyuşsal ve sosyal açıdan gelişimlerine değişik şekillerde katkıda bulunur. Bu katkılar aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

- Matematiksel modelleme süreci öğrencilere zengin bir öğrenme ortamı sağlamaktadır. Modelleme sürecinde öğrenciler farklı öğrenme deneyimleri kazanırlar. Örneğin sadeleştirme aşamasında, verilen problem durumunu anlamak ve uygun modeli geliştirmek için öncelikle durumu matematiksel olarak gözlemlmeleri, sorunun orijinalinde görülemeyen ancak matematiksel gözlemler yoluyla ulaşılan bazı bilgileri kullanmaları gerekmektedir. Öğrencilerin matematiksel fikirler üretmesini gerektiren matematikselleştirme aşamasında ise, öğrenciler bazen bildikleri matematiksel

yapıları kullanarak bazen de duruma göre en uygun matematiksel yapıyı kendileri oluşturarak ilk aşamada sadeleştirdikleri probleme çözüm bulmaya çalışırlar.

b. Öğrencilerin modelleme etkinlikleri ile kazandıkları matematiksel düşünme, problem çözme, akıl yürütme gibi süreç becerileri, onların yeni çağda bireylerin ihtiyaçlarına cevap verebilecek nitelikteki kazanımlardır.

c. Günlük yaşamdaki bir probleme matematiği kullanarak çözüm üreten öğrenciler, matematiğin günlük hayattaki uygulamalarını görürler ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirirler. Böylece matematiği öğrenmeye karşı istek ve motivasyonları artmaktadır.

ç. Grup çalışması ile yürütülen modelleme etkinlikleri öğrenciler için sosyal bir öğrenme ortamı sağlar. Özellikle matematiksel becerileri zayıf olan öğrencilerin kendilerini ifade etme fırsatı buldukları bu ortamda, öğrenciler kendi aralarında fikir alışverişinde bulunarak birbirlerinden de öğrenebilmektedirler.

d. Modelleme etkinliklerinde öğrenciler grup olarak çözüm üzerine tartışırken kendi matematiksel fikirlerini arkadaşlarıyla paylaşma ve onların fikirlerini dinleyip yorumlama imkânı bulurlar. Ayrıca etkinlik sonunda yazdıkları çözüm raporlarında, çözüm süreçlerini ve düşüncelerini açık bir şekilde ifade etmeye çalışırlar. Bu deneyimler de onların iletişim becerilerinin gelişmesine katkıda bulunur.

Matematiksel Modellemenin Öğretmenlere Sağlayacağı Kazanımlar

Modelleme etkinliklerinin matematik eğitiminde kullanılmasının öğretmene de sağlayacağı yararlar vardır. Öğrencilerin merkezde ve kendi öğrenmelerinden sorumlu oldukları bir öğrenme ortamında, öğretmenin farklı sorumlulukları vardır ve onların geleneksel öğretim becerilerinden farklı bir donanıma sahip olmaları gerekmektedir. Ancak ilk aşamada belli bir adaptasyon sürecinden geçtikten sonra, modelleme etkinliklerini kendi öğretim yöntemlerine entegre eden öğretmenler için önemli kazanımlar söz konusudur. Bu kazanımlar aşağıda özetlenmiştir.

a. Modelleme, öğretmenlere matematiği günlük yaşamla ilişkilendirerek öğrencilerinin anlamlı ve kalıcı öğrenmelerini sağlayacak alternatif bir öğretim yöntemi sunmaktadır. Modelleme etkinlikleri yeni konu ve kavramların ihtiyaç olarak hissettirilmesi ve bunların formel öğretimle desteklenerek öğretilmesi şeklinde de kullanılabilir. Bir kavramın öğretilmesi sürecinde, doğrudan öğretmek yerine, uygun bir gerçek hayat bağlamı kullanılarak hedeflenen kavramı öğrencilere ihtiyaç olarak hissettirmek ve sezgisel olarak o kavramı öğrencilerde ortaya çıkarmak bu etkinliklerle mümkün olabilir. Sezgisel olarak ortaya çıkarılan veya ortaya çıkmaya bile öğrenciye ihtiyaç olarak hissettirilen kavramın formel öğretimle de desteklenerek verilmesi kalıcı ve anlamlı öğrenmeyi sağlayabilir.

b. Bu etkinliklerin planlanması, sınıflarda uygulanması ve sonuçlarının değerlendirilmesi öğretmenler için de önemli bir öğrenme ortamı sağlamakta, onlara bilgilerini yenileme ve geliştirme imkânı sunmaktadır. Böylece kendi meslekî gelişimlerine katkıda bulunmaktadır.

c. Modelleme, doğası gereği farklı çözüm yaklaşımları ve düşünme biçimleri geliştirmeyi gerektirir. Modelleme etkinlikleri bu yönüyle öğretmenlere, öğrencilerinin nasıl düşündüklerini görmek, onların öğrenme süreçlerini anlamak ve değerlendirmek açısından önemli fırsatlar sunar. Bu bilgiler ışığında öğretmen, kavramlarla ilgili öğrencilerin farklı düşünme şekillerini ve kavram yanılgılarını görerek, her bir kavram yanılgısı ve düşünme

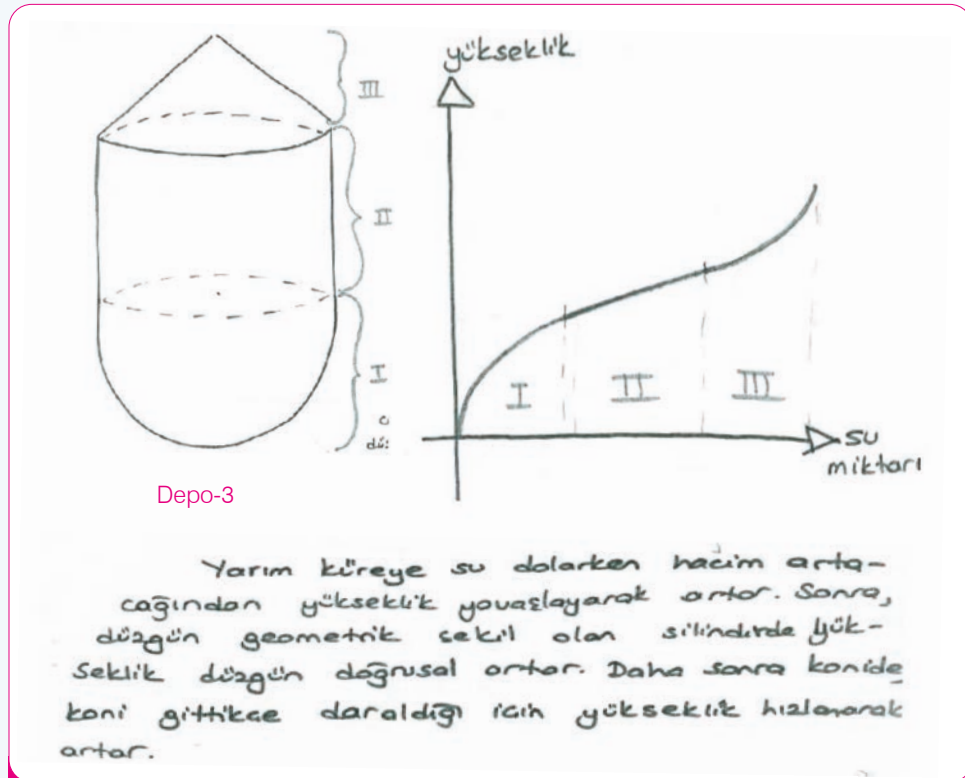
biçimine yönelik uygun öğretim stratejileri geliştirme ihtiyacı hisseder ve bu sayede daha etkili bir öğretmen olma yolunda fırsatlar yakalar.

Öğrencilerin modelleme etkinliklerinde nasıl farklı çözüm yolları ortaya koyabileceğine dair örnekler sunmanın bu aşamada faydalı olacağını düşünüyoruz. Aşağıda yer alan “Su Deposu” (bkz. s.44) ve “Dergi Satışları” (bkz. s.59) başlıklı problemlerin çözümlerinde öğrencilerin ortaya koyabilecekleri farklı düşünme şekilleri gerçek öğrenci çözümlerinden seçilerek örneklendirilmiştir. Öğretmenlerin, öğrencilerin bu alternatif düşünme şekillerini ve çözüm süreçlerini doğru anlamaları hem kendi meslekî gelişimleri hem de öğrencilere verecekleri dönütlerin uygunluğu için gereklidir.

Örnek 1: Su Deposu

“Su Deposu” modelleme etkinliğinde öğrencilerden, bir bilgisayar şirketinin matematik uzmanı çalışanı olarak bu şirketin eğitim kurumlarına hazırlayacağı animasyon programına yardım etmeleri istenmektedir. Bunun için kendilerine verilen farklı su deposu örneklerinde, su deposu dolarken depoda biriken suyun hacmine bağlı olarak su yüksekliğini gösteren bir grafik çizmeleri istenmektedir (bkz. s.44). Öğrenciler bu grafiği aşağıdaki gibi farklı çözüm yaklaşımları kullanarak çizebilirler.

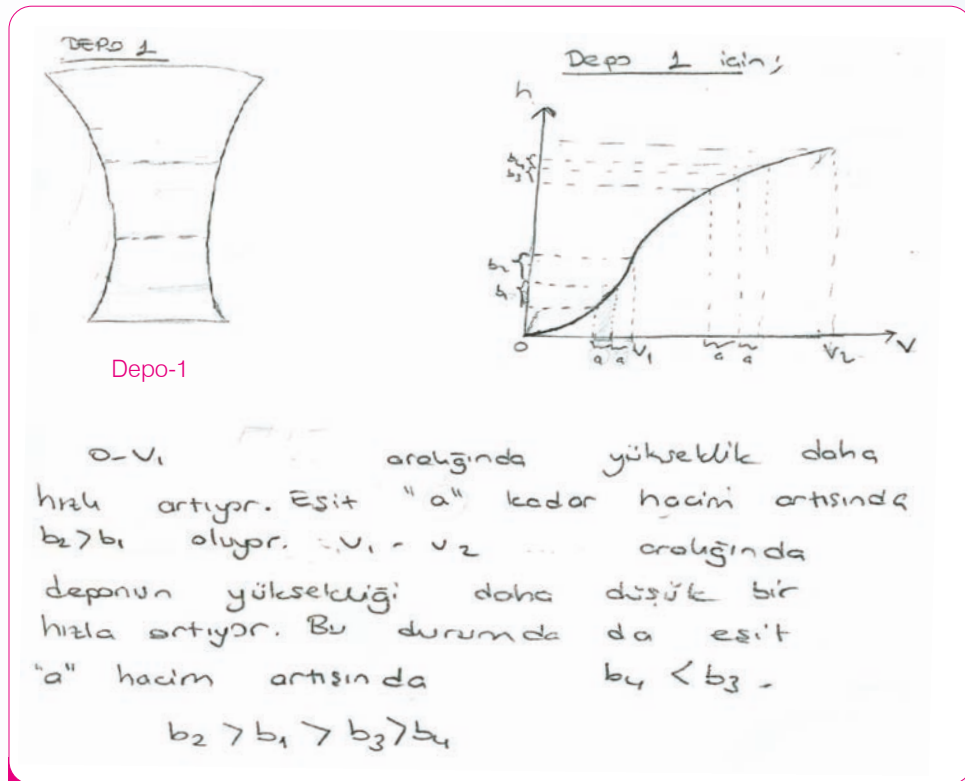
Çözüm Yaklaşımı-1: Geometrik Şekilleri Yorumlama (Sezgisel Çözüm)



Şekil 2. “Su Deposu” örnek çözüm yaklaşımı-1

Birinci çözüm yaklaşımında, öğrenciler depoyu bildikleri geometrik şekillere (yarım küre, silindir, koni) göre üç parçaya ayırmışlar, “birim hacim, birim yükseklik veya kesit alanı” gibi matematiksel fikirleri kullanmadan, geometrik şekillerin özelliklerini yorumlayarak sezgisel olarak kendilerinden istenen su miktarı (hacim)–yükseklik grafiğini oluşturmuşlardır. Öğrenciler burada grafiğin yorumlanmasında “yüksekliğin artarak artması veya azalarak artması” gibi bir matematiksel terminoloji kullanmak yerine aynı zamanda “yüksekliğin hızlanarak artması veya yavaşlayarak artması” şeklinde bir terminoloji kullanmayı tercih etmişlerdir.

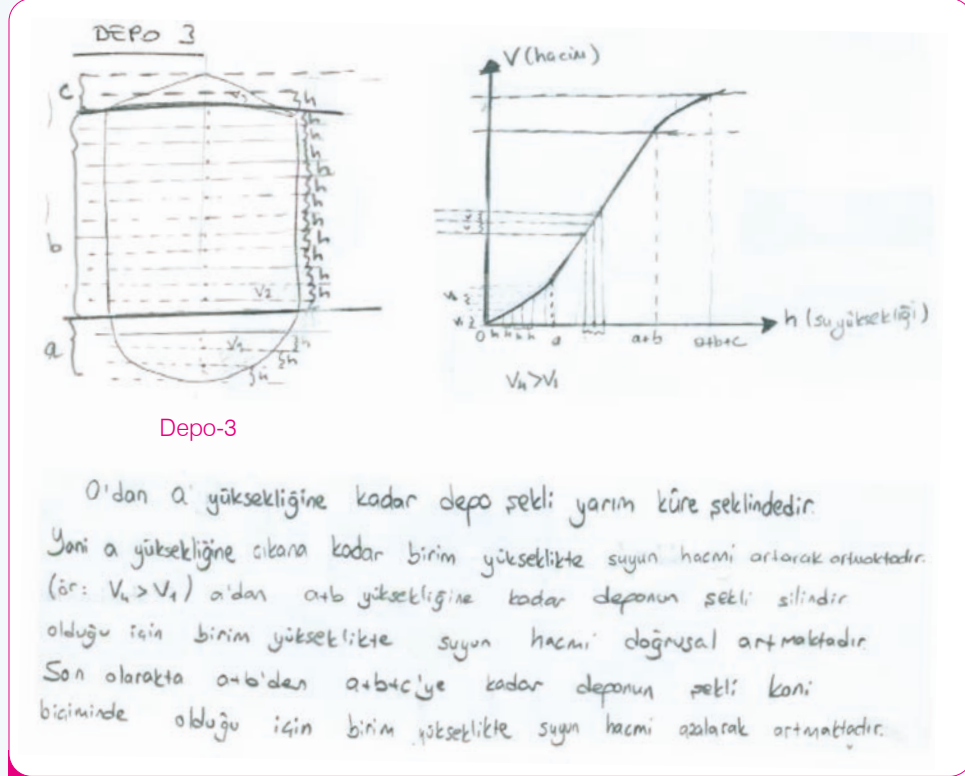
Çözüm Yaklaşımı-2: Birim Hacim



Şekil 3. "Su Deposu" örnek çözüm yaklaşımı-2

İkinci çözüm yaklaşımı örneğine bakıldığında, öğrencilerin istenilen su miktarı (hacim)-yükseklik grafiğini çizmek için birim hacim fikrini kullandıkları görülmektedir. Öğrenciler burada depoyu ayırdıkları farklı bölmeler için o bölüme ait birim hacimdeki su yüksekliğinin değişim miktarını karşılaştırarak hacim-yükseklik grafiğini çizmişlerdir.

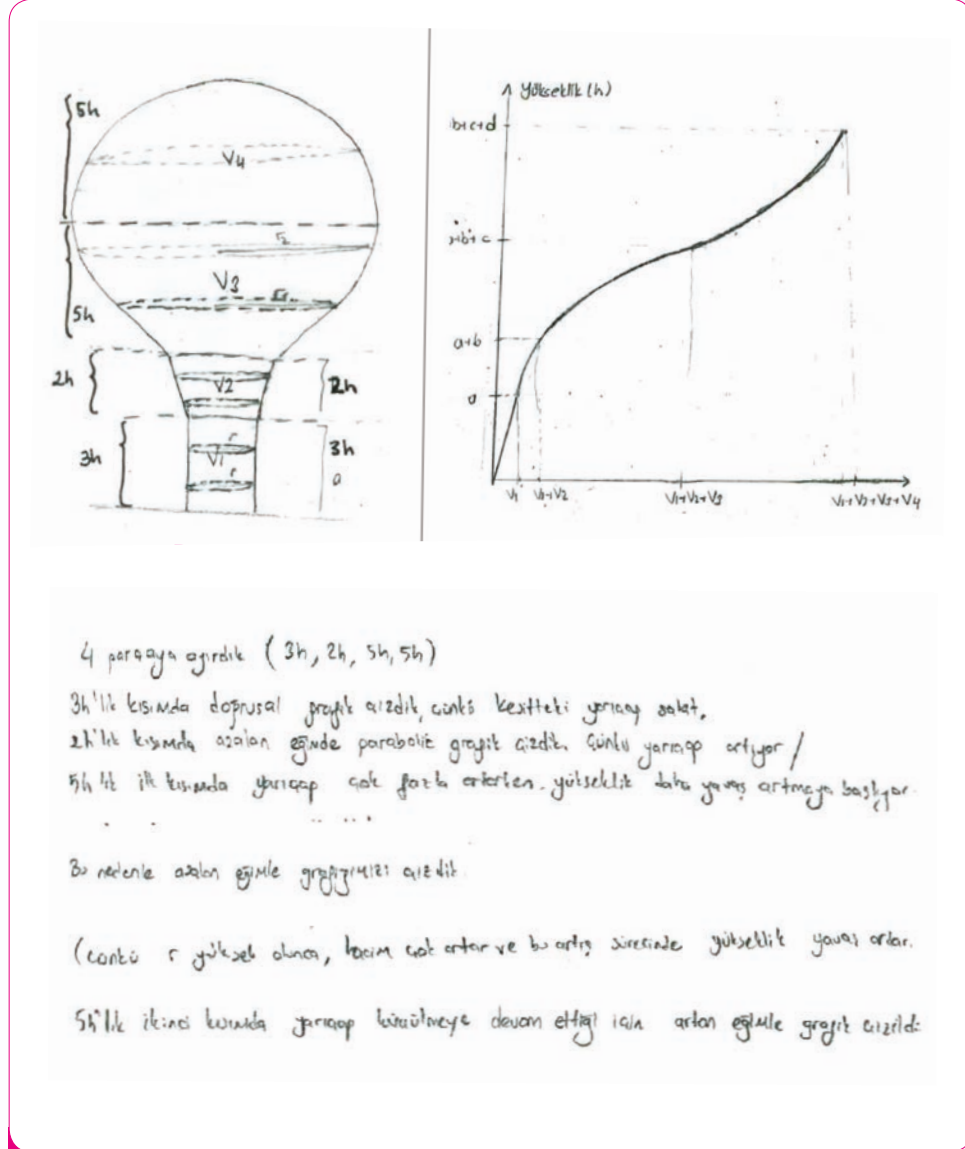
Çözüm Yaklaşımı-3: Birim Yükseklik



Şekil 4. "Su Deposu" örnek çözüm yaklaşımı-3

Üçüncü çözüm yaklaşımında ise öğrenciler, birim yükseklik fikrini kullanarak grafiği çizmişlerdir. Yani öğrenciler bu çözüm yaklaşımında bağımsız değişkeni hacim değil, yükseklik olarak belirlemişler ve birim yüksekliğe karşılık gelen hacim düşüncesini kullanarak yükseklik-hacim grafiği çizmişlerdir.

Çözüm Yaklaşımı-4: Kesit Alanı



Şekil 5. "Su Deposu" örnek çözüm yaklaşımı-4

Dördüncü çözüm yaklaşımı örneğinde ise öğrenciler hacim-yükseklik grafiğinin çiziminde kesit alanı fikrini kullanmışlardır. Görüldüğü gibi öğrenciler depoyu öncelikle kendi içinde dört bölüme ayırmışlar ve her bir bölüm için depodan kesitler alarak ve bu kesitlerin yarıçaplarındaki değişimleri inceleyerek grafiği çizmişlerdir. Ayrıca öğrenciler açıklamalarında "yüksekliğin yavaş artması" ifadesinin yanı sıra çizdikleri "eğrinin eğimi" ifadesini de kullanmışlardır.

Örnek 2: Dergi Satışları

"Dergi Satışları" modelleme etkinliğinde öğrencilerden, eski satış fiyatı 5,5 TL olan ve

zam yapılması plânlanan bir dergiye, yapılacak her 50 kuruşluk zamda 1.250 okuyucunun dergiyi almaktan vazgeçeceği bilgisini de göz önünde bulundurarak, dergi yöneticilerine yeni bir zamlı dergi satış fiyatı önermeleri istenmektedir (bkz. s.59). Derginin yeni satış fiyatını belirlerken öğrenciler aşağıdaki çözüm örneklerinde görülen farklı matematiksel fikirleri kullanabilirler:

Çözüm Yaklaşımı-1: Sıkıştırma

50 kuruşluk zam olduğunda

25.000 kişi	5,5 TL	137,500 TL
23.750 kişi	6,0 TL	142,500 TL
22.500 kişi	6,5 TL	146,250 TL
21.250 kişi	7,0 TL	148,750 TL
20.000 kişi	7,5 TL	150,000 TL
18.750 kişi	8 TL	150,000 TL
17.500 kişi	8,5 TL	148,750 TL

En yüksek değeri aldık ve 10 kuruş zam yaptık.
Bu duruma göre;

20.000 kişi	7,5 TL	150,000 TL
19.750 kişi	7,6 TL	150,100 TL
19.500 kişi	7,7 TL	150,150 TL
19.250 kişi	7,8 TL	150,150 TL
19.000 kişi	7,9 TL	150,000 TL

Sabitleşen fiyatlar arasında tekrar 5 kuruşluk zam yaptık.
Bu duruma göre;

19.500 kişi	7,7 TL	150,150 TL
19.375 kişi	7,75 TL	150,156,25 TL
19.250 kişi	7,8 TL	150,150 TL
19.125 kişi	7,85 TL	150,131,25 TL

Tekrar 4 kuruş zam yaptığımızda;

19.400 kişi	7,74 TL	150,156 TL
19.375 kişi	7,75 TL	150,156,25 TL
19.350 kişi	7,76 TL	150,156 TL

Bu hesaplamalara göre en uygun fiyatı 7,75 TL bulduk.
Yapılan kâr ise 12,650,25 TL'dir.

Şekil 6. "Dergi Satışları" örnek çözüm yaklaşımı-1

Sıkıştırma yönteminde öğrenciler, en fazla gelir getiren yeni zamlı satış fiyatına ulaşmak için bu fiyatın bulunduğu aralığı sürekli azaltmak suretiyle istenilen değere yaklaştırmaya çalışmaktadırlar. Bu yaklaşım doğrusal olmayan denklemlerde kök bulma işlemine benzerdir. Söz konusu çözümde, 50 kuruşluk zam yapıldığında elde edilecek gelirler hesaplandıktan sonra, en fazla gelir getirecek yeni satış fiyatının 7,5 TL ve 8 TL arasında olduğu fark edilmiştir. Aralığı biraz daha daraltarak, yani 10 kuruşluk zamlarda elde edilecek gelirler hesaplanarak, yeni satış fiyatının bulunduğu daha küçük başka bir aralık bulunmuştur. Bu işleme, yeni zamlı satış fiyatına ulaşana kadar devam edilmiştir. Sonuç olarak yeni satış fiyatı 7,75 TL olarak belirlenmiştir. Bu çözüm yaklaşımı daha çok fonksiyon kavramını bilmeyen öğrencilerin ortaya koyabilecekleri bir matematiksel düşüncüyü yansıtmaktadır. Aşağıda örneği görülen farklı bir çözüm yaklaşımı ise fonksiyon kavramını bilen ve daha ileri sınıf seviyesindeki öğrencilerin ortaya koyabileceği bir yöntemdir.

Çözüm Yaklaşımı-2: Eşitsizlik kurma

Bu çalışmaya başlarken yaklaşımımız en az alıcı kaybıyla en çok kârı elde etmektir. Bu amaçla

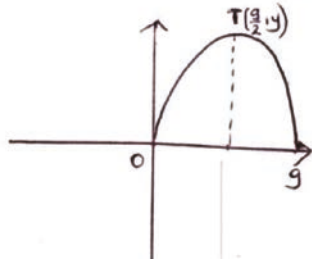
$$\underbrace{(5,5 + 0,5 \cdot x)}_{\text{yeni satış fiyatı}} \cdot \underbrace{(25.000 - 1250x)}_{\text{yeni alıcı sayısı}} > \underbrace{25.000 \cdot 15,5}_{\text{zam yapmıyorken önce kazanılan toplam para}}$$

Toplam kazanılan para

eşitsizliğini kurduk. Buradan ;

$$-625x^2 + 5625x > 0$$

Bu parabolde tepe noktasının sağladığı değerin eski toplam kazanılan para miktarının üstüne eklenebilecek en yüksek miktarı vereceğini düşündük. Buradan $x = \frac{9}{2}$ sonucunu elde ettik.



$\frac{9}{2} \cdot 0,5 = 2,25 \text{ ₺}$ zam yapılması
gerekliğine karar verdik. Yeni satış
fiyatının $5,5 + 2,25 = 7,75 \text{ ₺}$ olması
gerekliğine karar verdik.

Şekil 7. "Dergi Satışları" örnek çözüm yaklaşımı-2

Bu çözüm yaklaşımında öğrenciler, öncelikle yapılacak 50 kuruşluk zamlarda elde edilecek gelirin zam yapılmadan önceki gelirden büyük olması gerektiğini ifade eden bir eşitsizlik kurmuşlardır. Bağımsız değişkeni yapılacak zam sayısı ve bağımlı değişkeni de buna bağlı elde edilecek gelir olarak atamak suretiyle elde ettikleri eşitsizliği düzenlediklerinde bunun ikinci dereceden bir fonksiyon olduğunu görmüşlerdir. Bu parabolün tepe noktasının apsisinin, en fazla gelir getirecek satış fiyatını veren zam sayısı, ordinatının da bu zam sayısına karşılık gelen maksimum gelir olduğunu bulmuşlardır. Bu yöntemle yeni satış fiyatını 7,75 TL olarak belirlemişlerdir.

Sonuç olarak, yukarıdaki örneklerde de görüldüğü gibi, modelleme etkinlikleri öğrenciler için aynı probleme farklı açılardan yaklaşarak, farklı matematiksel kavram veya fikirler kullanarak çözüm getirebilmelerine olanak sağlamaktadır. Öğrenciler gerek sınıf seviyelerine, gerekse sahip oldukları ön bilgi ve becerilerine göre kendi çözüm yaklaşımlarını geliştirme ve sunma imkânı bulmaktadırlar. Bu etkinlikleri sınıflarında uygulayacak öğretmenlerin, bu problem çözme sürecini aynı zamanda zengin bir öğrenme ortamına dönüştürmek için, gelebilecek farklı çözüm yaklaşımlarını ve problemin özündeki farklı matematiksel fikirleri önemsemeleri, anlamaları ve değerlendirmeleri oldukça önemlidir. Bu tutum ve yaklaşım içinde olan öğretmenler; fırsat verildiğinde her öğrencinin önemli matematiksel fikirler sunabildiğini görecekle, aynı zamanda da kendi mesleki gelişimleri açısından önemli deneyimler kazanacaklardır.

Matematiksel Modellemenin Sınıfta Kullanımı İçin Öneriler

Matematiksel modelleme etkinliklerinde öğrenci ve öğretmenin rolleri, geleneksel doğrudan anlatım yöntemine göre farklıdır. Bu nedenle uygulama sürecinin istenen nitelikte olabilmesi için öğretmen ve öğrenci rollerinin iyi anlaşılması gerekmektedir. Bu roller ile ilgili öneriler etkinliğin üç önemli aşaması (etkinlik başlangıcında, etkinlik boyunca ve etkinlik sonunda) bağlamında aşağıda kısaca sunulmuştur. ^[6]

Etkinlik Başlangıcında

- a.** Etkinliğin yapılmasında ve sunulmasında kullanılacak gerekli araç-gereçler (teknolojik araçlar, somut materyaller, tahta kalem, poster kâğıdı, makas vb.) öğrencilerin masasında veya ayrı bir masada hazır bulundurulmalıdır.
- b.** Öğrencilerin 3-4 kişilik gruplara ayrılarak çalışmaları sağlanmalıdır.
- c.** Öğrencilere etkinlikte izlenecek süreç hakkında bilgi verilmeli. Bunun için öğrencilerin önce bireysel, ardından grup çalışması yapacakları, en sonda ise grupların çözümlerini bütün sınıfla paylaşacakları belirtilmelidir.
- ç.** Modelleme etkinliği dağıtıldıktan sonra öğrencilere soruyu dikkatlice okuyup anlamaları için 5-10 dakika süre verilmelidir.
- d.** Bireysel okumadan sonra grup çalışmasına geçilmeli ve grup üyelerinin her birinin etkinlik sürecine aktif katılımının beklendiği vurgulanmalıdır.
- e.** Grup çalışmasının başında öğrencilerin soruyu tam olarak anladıklarından emin olunmalıdır. Bunun için “Problem nedir? Hangi bilgiler verilmiştir? Sizden ne istenmektedir? Ne tür varsayımlarda bulunabilirsiniz? Varsayımlar var mıdır?” vb. sorular sorularak grup içinde görüş alışverişinde bulunmaları istenmelidir.

Eğer öğrenciler soruyu anlamakta güçlük çekiyorsa, öğrencinin veya grubun sorudan ne anladığı sınıfla paylaşılabilir ve çözümüne değinilmeden/girilmeden soru tartışılabilir.

Etkinlik Sürecinde

a. Modelleme sürecinde öğrencilerin çözümle ilgili kararları kendilerinin almasını sağlamak ve belli bir çözüm yoluna yöneltmemek önemlidir. Bunun için:

- i.** Öğrencilere soru üzerinde çalışmaları için yeterince zaman verilmelidir.
- ii.** Gruplar dolaşılmalı ve grupların çözüm yolları dinlenmeli; öğrencilerin soru üzerinde nasıl düşündükleri, ne tür fikirler geliştirdikleri, soruya nasıl yaklaştıkları anlamaya çalışılmalıdır.
- iii.** Öğrencilerin sorunun çözüm yollarında yanlışlar yaptığı gözlemlendiğinde, öğrencilere “Neden böyle düşünüyorsun? Bu sonuca nasıl ulaştın?” gibi “neden ve nasıl?” içeren sorular sorulmalı ve öğrencilerin soruyu daha iyi anlayıp analiz etmelerini sağlamak için gerekirse şekil, grafik ya da diyagram çizimi ile materyal veya araç kullanımı teşvik edilmelidir.
- iv.** Bir grupta öğrencilerin hatalı bir yol izledikleri düşünülüyorsa bunu doğrudan doğruya düzeltmek yerine sorularla öğrencilerin kullanmak istedikleri yolu neden tercih ettikleri araştırılmalı. Öğrencilerden düşünüş biçimlerini açıklamaları istenerek düşünüşlerindeki tutarsızlıkları görmeleri ve hatalarını fark etmeleri sağlanmalıdır.
- v.** Öğrencilerin modelleme sürecinde (soruyu anlama, yorumlama, çözme, çözümü düzenleme ve test etme) karşılaştıkları soru ve bu soruyu çözmekte zorlandıkları yönler grup içinde tartışıldıktan sonra soruyu doğru çözmeleri teşvik edilmelidir.
- vi.** Tartışmayı doğru yöne yönlendirmek için çalışma, zaman zaman toparlanmalı ve özetlenmeli, bu süreçteki önemli durumların altı çizilmeli ve öğrencilerin dikkatleri ortaya çıkan tartışmalı durumlara (çelişkiler, farklı yaklaşımlar, yanlışlar, yanılgılar, vb.) çekilmelidir.

b. Eğer öğrenciler grup çalışmasına istenen düzeyde katılmıyorsa, öğrencilerden sorunun çözümü ile ilgili ne düşündüklerini arkadaşlarıyla paylaşmaları istenmelidir.

c. Önceden planlanan tek bir cevabın bulunması beklenmemeli, öğrencilerin hepsinin düşünce ve yöntemleri dinlenmeli, doğru cevabı kendilerinin bulmaları için öğrenciler cesaretlendirilmelidir.

ç. Farklı düşünme ve çözüm yolları teşvik edilmeli, bu süreçte “evet doğru yapıyorsunuz” ya da “yanlış yoldasınız” gibi cümlelerden kaçınılmalıdır.

d. Grupların çoğu etkinliği bitirmek üzereyken çözüme ulaşamayan öğrencilere etkinliği tamamlamaları için ne kadar zamana daha ihtiyaçları olduğu sorulmalı ve uygun bir süre verilerek sunuma hazırlanmaları istenmelidir.

e. Öğrencilerden sunuma hazırlanmak için çözümlerini poster veya asetat kâğıdına yazmaları istenmeli. Sunumlarda; çözümlerin tutarlılığına dikkat edilmeli, çözümlerin problem durumuna ve mantığa uygunluğuna, anlaşılır olmasına önem verildiği önceden açıklanmalıdır.

Etkinlik Sonunda

a. Her gruptan sonuçları sunacak bir öğrenciyi belirlemesi istenmeli. Bazı durumlarda

sunumu yapacak öğrenci öğretmen tarafından rastgele de seçilebilir. Sunumu yapacak öğrencinin önceden bilinmemesi gruptaki tüm öğrencilerin çalışmaya aktif olarak katılmalarına yardımcı olacaktır.

b. Sunumlara başlama sırası grupların çözüm yaklaşımları dikkate alınarak belirlenmeli. Eğer yeterli süre yoksa sunuma başlama sırası çözüm yolu daha basit olandan daha gelişmiş olan gruba doğru olabilir. Aynı çözüm yollarını kullanan grupların yerine, farklı çözüm yollarını ve farklı yaklaşımları deneyen gruplara sunum yaptırılmalıdır.

c. Bir grup sunumunu yaparken, diğerlerinin bu sunumu dikkatle dinlemeleri teşvik edilmelidir.

ç. Öğrencilerin, grupların çözümlerini değerlendirecekleri, sorular sorup yorumlar yapacakları uygun bir tartışma ortamı oluşturulmalı. Bunun için her bir sunumdan sonra tüm sınıfa sunulan çözüm ve yaklaşıma katılıp katılmadıkları sorulabilir ve sunumlar bittiğinde grupların tüm çözümleri karşılaştırmaları ve bunlardan hangilerinin uygun olduğu hangilerinin de hatalar içerdiğini tartışmaları sağlanabilir.

d. Beklenmeyen bir yöntem ortaya çıktığında ya da çözüme dair ilginç bir cevap geldiğinde değiştirilmeden dikkate alınmalı. Sınıfın yapıcı ve eleştirel bir tartışma yapması sağlanmalıdır.

e. Ortaya çıkan farklı çözüm ve yaklaşımları grupların kendi matematiksel modellerini geliştirmek, düzenlemek veya test etmek için kullanmaları istenmeli. Bu doğrultuda uygun ortam (ödev, devam etkinliği, vb.) sağlanmalıdır.

f. Etkinliğe konu olan matematiksel fikirler sonraki derslerde gerekiyorsa formel biçimde ele alınmalıdır.

Kaynakça

[1] Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003a). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

[2] Gravemeijer, K. (2002). Preamble: from models to modeling. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers, & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 7-22). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

[3] Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 3-32). New York, NY: Springer.

[4] Sriraman, B. (2006). Conceptualizing the model-eliciting perspective of mathematical problem solving. In M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4)* (pp. 1686-1695). Sant Feliu de Guíxols, Spain: FUNDEMI IQS, Universitat Ramon Llull.

[5] National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

[6] Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., & Çakıroğlu, E. (2013). *Ortaöğretim matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Hizmetiçi ve hizmetöncesi öğretmen eğitimi* (TÜBİTAK Proje No: 110K250). Yayınlanmamış rapor, TÜBİTAK.

BÖLÜM/2 MODELLEME SORULARI

BÖLÜM/2

Modelleme Soruları Listesi (Başlığa göre alfabetik)

Soru Başlığı	İlgili Konu ve Kavramlar	Gerçek Hayat Bağlamı	Gerekli Malzeme ve Araçlar
Acile Gelen Yüksek Tansiyon Hastası	Türev	Tıp	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.)
Aman Petrol Canım Petrol	Matris, Olasılık, Yüzde Hesapları	Petrol, Petrol Üretimi	Hesap Makinesi
Aracın Durma Mesafesi	İkinci Dereceden Fonksiyonlar, Integral	Trafik	Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Grafik Hesap Makinesi
Atlamak ya da Atlamamak!	İkinci Dereceden Fonksiyonlar	Serbest Düşme, Hareket, Film Seti, Sinema	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), veya Hesap Makinesi
Ayak İzi Problemi	Oran - Orantı	Kriminoloji, Ayak İzi	Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Cetvel
Banka Soygunu	Mantık	Banka Soygunları, Adliye, Savcı, Soruşturma	Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Cetvel
Benzinin İyisi Hangisi?	Doğrusal Fonksiyonlar, Oran - Orantı	Benzin Kullanımı, Optimizasyon	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Hesap Makinesi
Boru Hattı Güzergâhını Belirle	İki Değişkenli Fonksiyonlar	İnşaat	Türkiye Fiziki Haritası
Caddede Park Yeri	Üçgen Geometrisi, Trigonometrik Oranlar	Park Yeri Tasarımı, Şehir Planlama	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Hesap Makinesi, Dinamik Geometri Yazılımı (Geometer's Sketchpad, Cabri, Geogebra vb.)
Antik Çağ Kalıntıları	Doğrusal Fonksiyon, Veri Analizi; Oran - Orantı	Biyoloji; Kriminoloji; Adli Tıp	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Hesap Makinesi, Dinamik Geometri Yazılımı (Geometer's Sketchpad, Cabri, Geogebra vb.)
Çitleyelim	Türev, Çevre Uzunluğu	Bahçe Tasarımı	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Hesap Makinesi, Dinamik Geometri Yazılımı (Geometer's Sketchpad, Cabri, Geogebra vb.)
Dergi Satışları	İkinci Dereceden Denklemler, Fonksiyonlar	Fiyat Politikası, Tiraj, Ekonomi	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), veya Grafik Hesap Makinesi
Diş Hekimi Randevuları	Olasılık, Rastgele Sayı Kavramı, Simülasyon	Randevu Sistemi, Diş Hekimi	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.) (Tablo Oluştururken Ve Rastgele Sayı Seçtirmede Kolaylık Sağlayacaktır), Rastgele Sayı Seçtirencek İnternet Uygulaması
Doğa Yürüyüşü Parkuru Krokisi	Türev	Doğa Yürüyüşü	
Dönme Dolap	Birim Çember, Trigonometrik Fonksiyonlar	Yazılım	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.) veya Grafik Hesap Makinesi, Dinamik Geometri Yazılımı (Geometer's Sketchpad, Cabri, Geogebra vb.)
En İyi Koltuk Hangisi ?	Ters Trigonometrik Fonksiyonlar, Analitik Geometri	Sinema Salonu	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı, (MS Excel vb.), Grafik Hesap Makinesi

Modelleme Soruları Listesi (Başlığa göre alfabetik)

Soru Başlığı	İlgili Konu ve Kavramlar	Gerçek Hayat Bağlamı	Gerekli Malzeme ve Araçlar
Gelecek Yüzyılda Türkiye	Türev, Fonksiyonlar	Nüfus Artışı	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Grafik Hesap Makinesi
Gerçekten Kanser mi, Değil mi?	Koşullu Olasılık, Yüzde Hesapları, Kümeler	Tıp	Hesap Makinesi
Göl Kirliliği	Limit, Eşitsizlik	Çevre Kirliliği	
Gün Uzunluğunu Tahmin Et	Periyot, Genlik, Trigonometrik Fonksiyonlar	Meteoroloji	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Grafik Hesap Makinesi
Köfte Savaşları	Matris	Yiyecek - İçecek, Restoran, Reklam	Hesap Makinesi
Hangi Konutu Almalı?	Ağırlıklı Ortalama, Merkezi Eğilim	Emlak, Konut Kredisi, Faiz, Vade, Finans	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Hesap Makinesi
Hangi Otomobili Almalı?	Ağırlıklı Ortalama, Merkezi Eğilim	Faiz, Otomotiv, Alım – Satım, Kredi	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Hesap Makinesi
Hastanız İlacı Nasıl Kullansın?	Türev, Integral, Logaritma Fonksiyonu	İlaç Dozajı, Astım Hastalığı	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Grafik Hesap Makinesi
Kaplumbağa Terbiyecisi	Trigonometri, Türev, Geometri	Osman Hamdi Bey, Kaplumbağa Terbiyecisi, Müze, Sergi, Tablo, Görüş Açısı	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), (Elektronik Tablo), Grafik Hesap Makinesi, Dinamik Geometri Yazılımı (Geometer's Sketchpad, Cabri, Geogebra vb.)
Kazalar, Kazalar...	İkinci Dereceden Fonksiyonlar	Trafik Kazaları, Aktüerya	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Grafik Hesap Makinesi Veya Dinamik Geometri Yazılımı (Geometer's Sketchpad, Cabri, Geogebra vb.)
Kim 500 Milyar İster?	Koşullu Olasılık	Yarışma, Eğlence	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.)
Kıyamet Saati	Tümevarım ve Diziler	Arkeoloji, Efsane, Kıyamet	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), (Elektronik Tablo) Veya Hesap Makinesi
Kömür Tüketimi	Fonksiyonlar, İstatistik	Kömür, Petrol, Hidro-elektrik, Enerji Tüketimi	Bilgisayar, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), (Elektronik Tablo) Veya Grafik Hesap Makinesi
Maksimum Alan	Türev, İkinci Dereceden Denklem ve Fonksiyonlar	Alan, Çiftlik, Çit	Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.) Veya Grafik Hesap Makinesi, Dinamik Geometri Yazılımı (Geometer's Sketchpad, Cabri, Geogebra vb.)
Meyve Suyu Ambalajı	Türev	Ambalajlama, Optimizasyon, Ekonomi	Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.) Veya Grafik Hesap Makinesi, Dinamik Geometri Yazılımı (Geometer's Sketchpad, Cabri, Geogebra vb.)

Modelleme Soruları Listesi (Başlığa göre alfabetik)

Soru Başlığı	İlgili Konu ve Kavramlar	Gerçek Hayat Bağlamı	Gerekli Malzeme ve Araçlar
Mikroorganizmalar Nasıl Çoğalır?	Üstel Fonksiyonlar	Mikroorganizmalar, Bakteriler, Çoğalma, Bölünme, Biyoloji	Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Grafik Hesap Makinesi
Nasıl Depolayalım?	Pisagor Teoremi	Depolama, Konserve Kutuları	Dinamik Geometri Yazılımı (Geometer's Sketchpad, Cabri, Geogebra vb.), Çember Tabanlı Nesneler
Patlamış Mısır Kutusu	Polinom Fonksiyonlar, Türev	Paketleme	Grafik Hesap Makinesi, Veya Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.)
Posta Sorunu	Fonksiyonlar, Türev	Posta, Kargo, Paketleme	Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.) Veya Grafik Hesap Makinesi, Dinamik Geometri Yazılımı (Geometer's Sketchpad, Cabri, Geogebra vb.)
Sarkaçlı Saati Nasıl Tamir Edelim?	Fonksiyonlar	Sarkaçlı Saat	İp, Farklı Ağırlıklar, Süre Ölçer, Açıölçer, Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Grafik Hesap Makinesi
Satranç Tahtası	Tümevarım ve Diziler	Satranç Tahtası, Buğday, Sultan, Vezir	Hesap Makinesi Veya Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.)
Su Deposu	Fonksiyon, Grafik, Türev	Yazılım, Su Deposu	
Süt İneklerinin Dengeli Beslenmesi	Birinci Dereceden Denklem ve Eşitsizlik	Ekonomi, Süt İnekçiliği, Tarım, Hayvancılık, Beslenme, Besin Değeri	Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Grafik Hesap Makinesi, Dinamik Geometri Yazılımı (Geometer's Sketchpad, Cabri, Geogebra vb.)
Tahta En İyi Nereden Görünür?	Ters Trigonometrik Fonksiyonlar	Sınıf Tasarımı	
Trafik İşaret Levhaları	Türev, Trigonometri	Ulaştırma Ve Yol Mühendisliği, Etkili Görüş Açısı	Dinamik Geometri Yazılımı (Geometer's Sketchpad, Cabri, Geogebra vb.), Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.)
Ücretsiz Lunapark Treni	Teğetlerin Eğimi, Eğri Analizi	Lunapark, Tren Yolu	Açı Ölçer, Hesap Makinesi
Üretim Hatası	Tümevarım ve Diziler	Üretim, Kalite Kontrol, Ürün Seri Numarası, Tahmin	Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Sunum İçin Poster Kağıdı, Makas, vb.
Yaz İş	Oran, Aritmetik Ortalama, Ağırlıklı Ortalama, Sayılar	Performans Değerlendirme, Personel Seçimi, Tam Zamanlı İş, Yarı Zamanlı İş, Satış, Para, Ekonomi	Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.) Veya Grafik Hesap Makinesi
Zıplayan Top!	Üstel Fonksiyonlar, Üslü Eşitsizlikler	Top, Zıplama Oranı, Üretim, Araştırma - Geliştirme (Ar-Ge)	Elektronik Tablo Yazılımı (MS Excel vb.), Grafik Hesap Makinesi, Dinamik Geometri Yazılımı (Geometer's Sketchpad, Cabri, Geogebra vb.)

Banka Soygunu



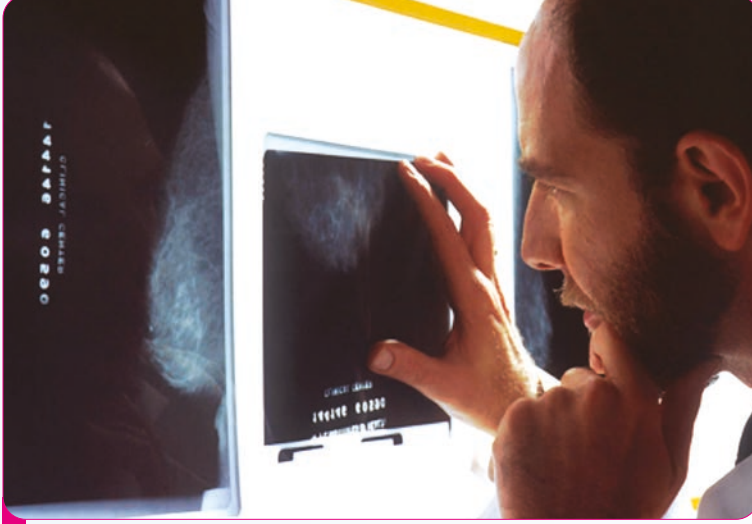
Önceki gece İstanbul'da bir banka şubesi kimliği belirsiz kişi ya da kişilerce elektriklerin kesik olduğu bir sırada soyuldu. Polis olay mahalline kısa sürede ulaştı, ancak soygunu yapan kişi ya da kişileri yakalayamadı. Olay yerindeki çeşitli kanıtları değerlendiren polis sabah saatlerinde Ahmet K. (35), Burak M. (24) ve Cem T. (34) adlı şüphelileri gözaltına alarak önce Emniyet Müdürlüğü'ne oradan da Adliye'ye götürdü.

Adliyedeki savcı, sorgulamalardan şüphelilerin durumlarıyla ilgili aşağıdaki çıkarımlara ulaşmıştır:

- Eğer Ahmet suçsuzsa, hem Burak hem Cem suçludur.
- Ya Burak ya da Cem suçsuzdur.
- Ya Ahmet suçsuzdur ya da Burak suçludur.

Bu bilgiler ışığında savcı, şüphelilerin tutuklanma talebiyle mahkemeye sevkine ya da tahliyesine karar verecek. Savcı sizlerden, şüphelilerden kimin suçlu kimin suçsuz olduğuna karar vermede kullanabileceği bir yöntem önermenizi beklemektedir.

Gerçekten Kanser Mi Değil Mi?



Resim: <http://commons.wikimedia.org> (Bill Branson)

Kanser Neden Artıyor?

Dünyada olduğu gibi ülkemizde de kanser hastalığına yakalanma riski geçmişe oranla günden güne artıyor. Yayınlanan bir haberde ülkemizde en çok görülen kanser türünün meme kanseri olduğu belirtilmiştir. İstatistikler, dünyada her 3 dakikada bir kadına meme kanseri teşhisi konulduğunu gösteriyor. Kadınlar kadar sık olmasa da, araştırmalar, bu kanser türünün erkeklerde daha riskli olduğunu ve her yıl yaklaşık 300 erkeğe bu teşhisin konulduğunu göstermektedir. Gazetelerin sağlık sayfaları ve televizyonlardaki sağlık programları incelendiğinde, özellikle bu hastalıkta erken teşhisin önemine vurgulanmaktadır. Meme kanseri, bugün erken teşhis sayesinde yüzde 95'in üzerinde başarıyla tedavi edilebiliyor. Hastalığın erken teşhisi için de yapılacak en önemli şeyin 35 yaşından itibaren yılda bir mamografi çekilmesi olduğu belirtiliyor.

Ancak mamografinin oluşturduğu radyasyon tehlikesi ve mamogramların (mamografi filmleri) ne kadar doğru sonuçlar verdiği uzun süreden beri tıp alanında tartışma konusudur. Mamografinin çok yüksek dozda radyasyon içerdiğini söyleyenler, mamografinin kanseri erken teşhis etmek şöyle dursun, içerdiği yüksek radyasyon nedeniyle kansere neden olduğunu iddia etmektedirler. Tehlikelerinin yanı sıra mamografinin ne kadar etkin bir teşhis yöntemi olduğu da ciddi eleştirilerle karşı karşıyadır. Bazen mamogramlar meme kanserini teşhis edemeyip yanlış bir şekilde negatif sonuç verebilmektedir. Bu tür vakaların sayısı ihmal edilemeyecek boyuttadır. Kendisine endişe edilecek bir şey yok denen çok sayıda kadına sonradan meme kanseri teşhisi konulduğunda onların sarsıldığı görülmektedir.

Öte yandan tam tersi durumlarla da karşılaşılabilir. Bunların oranı daha da yüksek olabilmektedir: Aşırı teşhisler. Mamogramda bir kitleye rastlanmakta, bu kitle iyi huylu olsa bile gereksiz biyopsiler yapılmakta ve hatta 'hasta' bu bulgular nedeniyle kemoterapiye alınmaktadır. Çünkü bir kanseri teşhis edememek doktor açısından yıkıcıdır; bu yüzden "ben kanseri atlama olacağıma hasta biyopsiye katlansın" anlayışı hakimdir. Meme kanseri gibi olağanüstü hassas konularda bu anlayış son derece yaygındır. Dolayısıyla, aşırı teşhis ve bunun akabinde uygulanan aşırı-tedavi (ameliyatlar, kemoterapiler) mamografinin önemli risklerindendir. Bunun bir sonucu olarak da görüntülemenin (testlerin) artışıyla beraber kanser teşhislerinde büyük bir artış yaşandığı belirtiliyor.



Bir doktor mamografi testi pozitif çıkmış 40 yaşındaki kadın hastasının gerçekten kanser olup olmadığına karar vermeye çalışmaktadır. Doktor şu bilgileri biliyor:

- Kırk yaşında rutin mamografi testi yaptıran kadınların %1'inde meme kanseri görülüyor.
- Meme kanseri olan kadınlar üzerinde yapılan mamografi testleri %80 oranında pozitif sonuç veriyor.
- Meme kanseri olmayan kadınlarda bu testin pozitif sonuç verme ihtimali %9,69'dur.

Doktor, pozitif çıkan test sonucuna göre hastasının gerçekten kanser olma ihtimalinin %70 ile %80 arasında olduğunu tahmin ediyor. Ancak doktorun, böyle önemli bir hastalığa konulacak teşhis için daha güvenilir sonuçlara ihtiyacı var. Bir matematikçi olarak sizce bu tahmin doğru mu? Mamografi testi pozitif çıkmış bir kadının gerçekten kanser olma ihtimali yüzde kaçtır?

Doktora bu oranı bulmak için oluşturduğunuz yöntemi açıklayıcı bir yazı yazınız. Unutmayın; doktor bu yazıyı, test sonucuna göre hastalığa gerçekten yakalanıp yakalanmadığını öğrenmek isteyen hastasına bilgi vermek ve onu yönlendirmek için kullanacak. Bu nedenle, yazınız açık ve anlaşılır olmalıdır.

Kim 500 Milyar İster?



Bugüne kadar birçok ülkede yayınlanan ve ülkemizde de 2000 yılında “Kim 500 Milyar İster?” adıyla ekranlarda yer almaya başlayan ve daha sonra yoluna “Kim 500 Bin İster?” şeklinde devam eden bilgi yarışması farklı isimlerle de olsa televizyonlarda yayınlanmaya devam etmektedir. Heyecan içinde izlediğimiz bu yarışma programında bazen “Ben olsaydım risk alıp yarışmaya devam ederdim.” ya da “Kazandığım miktarı alıp yarışmadan çekildim.” dediğiniz olmuştur.

Yarışmanın Kuralları:

- Bir yarışmacı 500.000 TL kazanmak için 15 çoktan seçmeli soruyu sırasıyla doğru olarak cevaplamalıdır. Her yeni soruda kazanılabilecek ödül artmaktadır. Yarışmacı bir soruya yanlış cevap verdiğinde bulunduğu aşamadaki tüm ödülleri kaybeder ama garantilediği ödülü alır ve yarışmadan elenir. Buna göre, yarışmacı örneğin beşinci soruya doğru cevap verdiğinde 500 TL’lik ödülü garantiler ve sonraki 5 sorudan birini yanlış cevaplasa da tüm parasını kaybetmez ve böylece 500 TL’lik ödülü alır. Aynı şekilde onuncu soruyu doğru cevaplayan yarışmacı bu kez 16 bin TL’lik ödülü garantiler ve sonraki sorulardan birini yanlış cevaplasa bile bu ödülü kaybetmez. Her soruda kazanılabilecek para ödülleri yandaki tabloda gösterilmektedir.

- Yarışmacı yarışmaya devam etme kararını vermeden önce soruyu ve sorunun tüm şıklarını görme hakkına sahiptir. O soru için joker hakkını kullanmış olsa bile soruya cevap vermeden yarışmadan çekilebilir ve (varsa) o ana kadar kazandığı ödülleri alabilir.

Soru	Kazanılan Ödül
1	50 TL
2	100 TL
3	200 TL
4	300 TL
5	500 TL (Garantili)
6	1000 TL
7	2000 TL
8	4000 TL
9	8000 TL
10	16 Bin TL (Garantili)
11	32 Bin TL
12	64 Bin TL
13	125 Bin TL
14	250 Bin TL
15	500 Bin TL

- Yarışmacının bilmediği sorularda kullanabileceği 3 joker hakkı vardır.
 - **Yarı yarıya (%50 jokeri):** Bilgisayar dört şıktan yanlış olan ikisini eler. Böylece sorudaki seçenekler dörtten ikiye iner.
 - **Arkadaşıma sormak istiyorum (telefon jokeri):** Telefonla bir arkadaşını arayıp soruyu ona sorar ve ondan cevap için yardım ister.
 - **Seyirciye sormak istiyorum (seyirci jokeri):** Sorunun cevabını stüdyodaki seyircilere sorar.
- Yarışmacı her jokeri en fazla birer defa kullanabilir. Jokerler herhangi bir soruda kullanılabilir. Yarışmacı isterse bütün jokerleri bir soru için kullanabilir.

Yarışma ile ilgili aşağıdaki durumlar üzerine düşününüz:

1. Bir yarışmacı 9. soruya kadar bütün soruları doğru cevaplamıştır. Fakat sorulan 10. sorunun doğru cevabını bilmemektedir. Yarışmacı 10. soruya gelene kadar “seyirci” ve “telefon” joker haklarını kullanmıştır. Yarışmacının iki seçeneği vardır: Ya soruya cevap vermeden yarışmadan çekilip 8.000 TL almak, ya da daha fazla ödül için şansını denemek.

Yarışmaya devam etmesi durumunda, eğer yarışmacı soruya yanlış cevap verirse yarışmayı 500 TL alarak terk edecektir. Ama soruya doğru cevap verirse 16 bin TL’yi garantileyecektir. Bu durumda 32 bin TL’lik soruda da şansını deneme hakkı kazanacaktır.

Siz böyle bir durumda olsaydınız ne yapardınız? Yarışmaya devam eder miydiniz? Olası alternatif durumları inceleyiniz ve bu alternatiflerden hangisinin daha makul bir tercih olduğunu matematiksel verilerle tartışınız.

2. Sizce, herhangi bir yarışmacının 500.000 TL ödül kazanma olasılığı yaklaşık olarak nedir?

3. Yarışmanın ilk bölümündeki 10 yarışmacı adayı içinden finalist yarışmacı olabilmek için sorulan basit bir sıralama sorusunun sorulduğu “hızlı parmak” yarışmasında da başarı göstermek gerekmektedir.

Bu yarışmada yarışmacı adaylarına 4 seçenek veriliyor ve bu seçeneklerin verilen bir kurala göre doğru şekilde sıralanması isteniyor (büyükten küçüğe doğru, oluş sırasına göre, doğudan batıya doğru vb.). Yarışmacı olabilmek için doğru sıralama yapmak yetmiyor, ayrıca bu sıralamayı en kısa sürede yapmak da gerekiyor.

Yarışmacı adayı, sıralamanın bir kısmından emin, ama diğer kısmından emin değilse finalist olabilmek için nasıl bir strateji uygulamalıdır? Doğru sıralama üzerinde düşünmeli mi yoksa hızlı cevaplamak için rastgele bir sıralama mı yapmalı?

Antik Çağ Kalıntıları



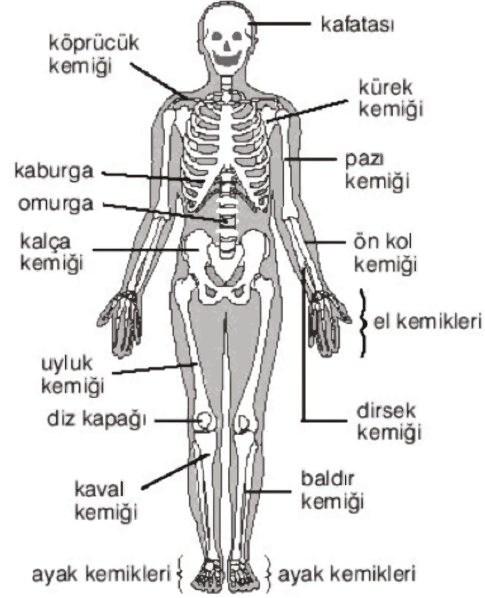
Bir yol inşaatı sırasında antik çağda yaşayan insanlara ait olduğu düşünülen kemikler bulundu. İskeletlerin tamamı bulunamamakla birlikte konumlarından, iki ayrı kişiye ait oldukları anlaşıldı. Bulunan kemikler ve uzunlukları Tablo 1'de; insan vücudundaki bu ve diğer kemiklerin yerleri Şekil 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1. Bulunan kemiklerin çeşitleri ve uzunlukları

Birinci İskelet	İkinci İskelet
Pazı kemikleri: 47,5 cm, 47,6 cm Ön kol kemiği: 25,8 cm	Pazı kemiği: 34,7 cm Ön kol kemiği: 20,5 cm

Uzun yıllar önce yaşayan insanların fiziksel özelliklerinin belirlenmesi tarihçiler için önemlidir. Bu konuda tarihçiler sizden (sizin gibi matematikçilerden) yardım istiyorlar. Tabii ki yöntemleriniz bilimsel ve güvenilir olmalıdır. Bu konuda işinize yarayabilecek Türkiye Adli Tıp Veri Merkezi'nin (TATVEM) veri tabanından elde edilen istatistiksel bilgiler Şekil 2'de verilmiştir. Bu tabloda değişik yaş ve cinsiyetlerde kişilerden derlenmiş kemik ölçümleri verilmiştir.

Birinci ve ikinci iskeletin ait olduğu kişilerin boylarını hesaplayınız. Değişik kemiklerin insan boyu ile olan istatistiksel ilişkilerini kullanarak matematiksel modeller oluşturabilirsiniz. Bunun için TATVEM veri tabanında verilen bilgilerden yararlanabilirsiniz. Oluşturduğunuz modellerden hangisini tercih ettiğinizi ve nedenini belirtin.



Şekil 1: İnsan iskeleti ve kısımları

A	B	C	D	E	F	A	B	C	D	E	F	A	B	C	D	E	F
1	150	30,5	39,6	39,6	20,5	1	140	30,1	37,1	37,1	21,0	2	181	37,1	47,6	47,6	25,2
1	154	30,2	38,4	38,4	21,7	1	154	33,0	40,1	40,1	22,0	2	149	32,8	40,6	40,6	21,9
1	150	31,5	38,6	38,6	20,4	1	148	31,1	38,3	38,3	21,9	2	159	32,5	40,9	40,9	22,4
1	155	31,9	38,9	38,9	19,6	1	150	32,3	37,6	37,6	21,3	2	159	37,3	44,0	44,0	25,7
1	150	32,1	38,6	38,6	20,3	1	165	36,4	44,9	44,9	22,6	2	161	35,1	42,3	42,3	23,2
1	154	30,6	39,8	39,8	20,2	1	158	35,1	40,0	40,0	22,7	2	154	32,6	40,0	40,0	21,7
1	151	33,9	39,4	39,4	22,1	1	164	36,9	45,0	45,0	24,7	2	160	33,7	40,9	40,9	22,5
1	152	32,4	38,4	38,4	21,8	1	162	36,1	43,1	43,1	24,6	2	159	37,7	44,3	44,3	24,9
1	147	33,1	39,8	39,8	21,8	1	150	32,8	40,6	40,6	22,5	2	174	37,0	45,7	45,7	24,6
1	159	34,7	41,0	41,0	22,8	1	155	33,8	40,3	40,3	22,1	2	155	35,8	41,7	41,7	23,1
1	153	35,3	42,1	42,1	22,0	1	151	32,9	39,1	39,1	21,9	2	147	30,9	36,6	36,6	19,9
1	172	37,2	44,8	44,8	24,1	1	170	37,0	43,7	43,7	23,3	2	170	39,0	45,9	45,9	26,6
1	153	32,5	41,2	41,2	21,5	1	148	31,8	38,1	38,1	20,3	2	167	36,7	43,6	43,6	25,5
1	165	34,4	42,4	42,4	22,9	1	159	32,5	39,9	39,9	22,2	2	144	32,7	38,6	38,6	23,5
1	154	33,5	41,2	41,2	22,4	1	152	34,6	39,9	39,9	22,3	2	167	36,0	43,5	43,5	24,1
1	157	32,8	39,8	39,8	21,5	1	159	35,7	41,7	41,7	23,5	2	173	41,1	47,9	47,9	26,6
1	144	31,4	38,1	38,1	20,5	1	163	36,0	44,6	44,6	23,9	2	176	36,9	45,8	45,8	28,1
1	164	34,3	42,6	42,6	22,8	1	169	34,6	43,5	43,5	23,1	2	163	36,5	43,6	43,6	25,0
1	143	31,3	36,2	36,2	21,6	1	151	33,2	40,2	40,2	21,9	2	164	33,6	43,3	43,3	24,2
1	160	36,6	41,9	41,9	24,0	1	151	32,9	39,1	39,1	23,0	2	152	36,1	40,7	40,7	24,2
1	152	33,2	40,7	40,7	22,4	2	160	32,3	40,7	40,7	22,4	2	181	40,5	47,7	47,7	27,1
1	150	31,7	38,5	38,5	21,6	2	155	33,5	41,5	41,5	21,7	2	162	37,2	45,1	45,1	24,4
1	154	33,7	41,6	41,6	22,6	2	167	36,0	44,5	44,5	23,7	2	170	39,9	44,8	44,8	26,0
1	162	34,0	41,8	41,8	25,4	2	161	36,5	43,6	43,6	24,0	2	161	36,8	44,2	44,2	25,0
1	160	35,3	43,1	43,1	23,5	2	171	39,4	45,3	45,3	26,0	2	168	38,5	43,1	43,1	25,0
1	161	34,4	40,8	40,8	21,7	2	159	38,3	44,0	44,0	24,6	2	164	36,8	46,1	46,1	25,3
1	137	29,2	35,2	35,2	19,6	2	170	37,4	44,8	44,8	25,1	2	158	31,2	39,4	39,4	22,0
1	146	29,8	36,6	36,6	19,2	2	160	36,1	42,5	42,5	24,3	2	167	35,7	45,0	45,0	25,2
1	148	32,7	38,5	38,5	22,6	2	175	37,6	47,0	47,0	25,8	2	156	31,6	39,9	39,9	22,3
1	159	33,9	41,1	41,1	21,1	2	171	38,5	46,7	46,7	24,4	2	175	44,4	49,4	49,4	27,2
1	157	37,3	42,7	42,7	23,1	2	178	37,5	47,9	47,9	25,8	2	170	36,6	44,5	44,5	25,5
1	152	32,4	38,9	38,9	20,8	2	172	39,3	47,9	47,9	25,4	2	153	35,7	41,6	41,6	24,0
1	156	33,6	41,0	41,0	20,8	2	165	34,6	44,2	44,2	23,7	2	163	34,9	42,5	42,5	23,9
1	159	33,1	42,0	42,0	21,0	2	174	38,7	47,6	47,6	26,5	2	167	36,3	45,4	45,4	25,5
1	147	30,6	37,4	37,4	20,6	2	173	34,0	44,9	44,9	23,1	2	175	28,8	45,6	45,6	26,1
1	160	32,7	41,4	41,4	21,9	2	163	33,3	43,3	43,3	23,7	2	153	33,9	40,7	40,7	24,1
1	158	35,5	43,2	43,2	23,4	2	165	32,6	41,9	41,9	22,3	2	174	40,9	47,1	47,1	26,0
1	157	33,5	39,7	39,7	22,3	2	155	34,8	42,6	42,6	23,1	2	157	37,5	42,0	42,0	25,1
1	152	34,3	40,4	40,4	22,2	2	154	32,8	40,0	40,0	21,8	2	166	38,1	44,1	44,1	25,8
1	151	30,0	38,7	38,7	19,7	2	160	36,7	44,7	44,7	23,2	2	173	41,0	48,2	48,2	26,4

Şekil 2. Türkiye Adli Tıp Veri Merkezi (TATVEM) Veri Tabanı [Anahtar, A sütunu 1: erkek, 2: kadın, B sütunu boy (cm), C sütunu kaval kemiği (cm), D sütunu uyluk kemiği (cm), E sütunu pazu kemiği (cm), F sütunu ön kol kemiği (cm)].

Veri Kaynağı: " <http://web.utk.edu/~auerbach/GOLD.htm> "

ve "Auerbach, B. M., & Ruff, C. B. (2004). Human body mass estimation: A comparison of "morphometric" and "mechanical" methods. American Journal of Physical Anthropology, 125, 331–342."

Diş Hekimi Randevuları



Özel bir hastane diş polikliniği için yeni bir randevu sistemi oluşturmak istiyor. Bu amaçla geçmiş dönemde polikliniğe randevu ile gelen 500 hastanın geliş zamanı ve muayene süreleriyle ilgili veriler taranarak Tablo 1 ve Tablo 2 oluşturulmuştur.

Tablo 1. 500 hastanın muayenelerine geliş zamanları

	Erken		Zamanında	Geç	
Geliş Zamanı (Dk.)	10	5	-	5	10
Kişi Sayısı	50	100	200	100	50

Görüldüğü gibi bazı hastalar randevularına erken, bazı hastalar ise geç gelebilmektedir. Muayene süreleri ise hastadan hastaya değişebilmektedir. Kimi hastaların muayeneleri 5 dakika sürerken kimi hastalarda bu süre 35 dakikaya kadar çıkabilmektedir. Poliklinikte görevli tek bir hekim vardır ve hastaların hekim tarafından yapılan muayenelerinin ne kadar sürdüğü ile ilgili bilgiler Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. 500 hastanın diş hekiminde geçirdikleri ortalama süre

Süre (Dk.)	5	10	15	20	25	30	35
Kişi Sayısı	50	75	100	125	75	50	25

Bu bilgiler dışında, randevu verilen hastaların yaklaşık %10'unun da randevularına gelmediği tespit edilmiştir. Yeni randevu sisteminde her gün saat 9:00-12:00 arası randevu verilmesi ve hastaların muayeneye geldikleri sıraya göre muayene edilmesi planlanmaktadır. Bu konuda sizden yardım isteyen hastane yönetimine eldeki veriler doğrultusunda nasıl bir randevu sistemi oluşturmasını ve bu çerçevede her gün kaç kişiye, kaç dakika aralıklarla muayene randevusu vermesini önerirdiniz?

Nasıl Depolayalım?



Konserve üretimi yapan bir firma, ürettiği silindirik şeklindeki konserve kutularını saklamak için kısa süreli depoya ihtiyaç duymaktadır. Firma bunu mümkün olan en az maliyetle yapmak istemektedir. Saklanmak istenen dik dairesel silindirik şeklindeki konserve kutularının her biri 10 cm yarıçapında ve 30 cm yüksekliğindedir. Firma, 175 konserve kutusunu 2 ay süreyle depolamayı planlamaktadır. Firmanın depolama yapabileceği 3 farklı boyutta depolama dolabı mevcuttur. Her biri 100 cm yükseklikte olan bu depolama dolaplarının taban kenarlarının ölçülerine göre kiralama maliyetleri Tablo'1 de gösterilmektedir.

Tablo 1. Depoların boyutları ve aylık kira bedelleri

Genişlik (Cm)	Uzunluk (Cm)	Aylık Kira Bedeli (TL)
110	110	100
110	220	150
110	330	200

1. Siz firma sahibi olsaydınız maliyeti en aza indirmek için hangi depolama dolabını, hangi şekilde kullanırdınız?

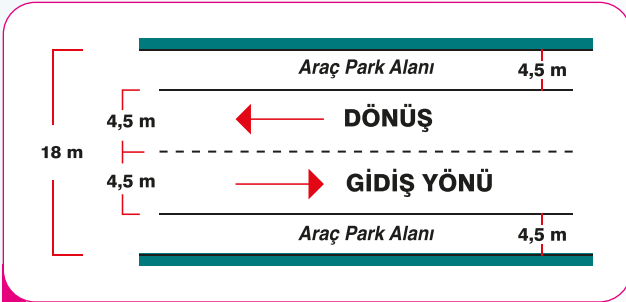
2. Firma daha sonraki üretimlerde farklı sayılarda konserve kutularını depolamaya ihtiyaç duyabilir. Bunun için, firmanın hep aynı tür depolama dolaplarını kullanması uygun olur mu? Ne önerirsiniz?

Not: Kutuların depolarda dik konumda durması depoların güvenliği açısından önemlidir.

Caddede Park Yeri

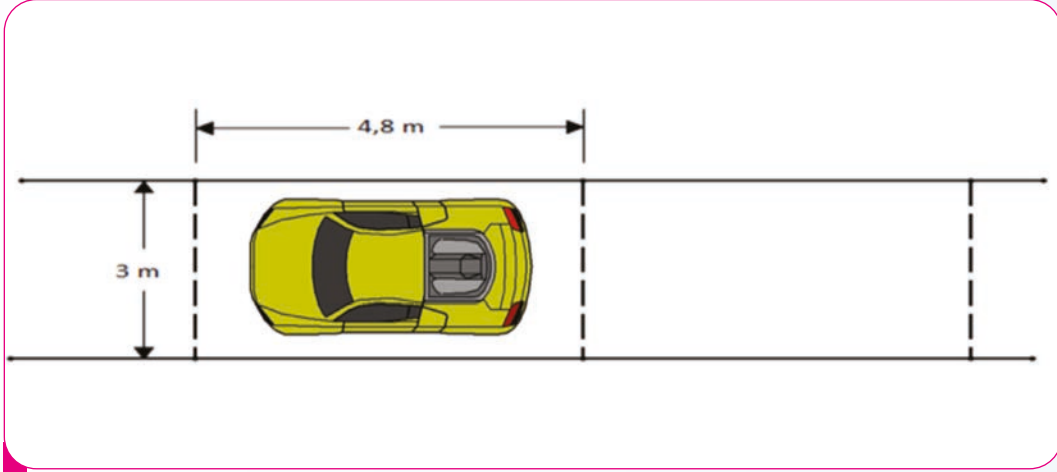


Bir şehir planlamacısı iki yönlü bir yolun kenarında, evlerin önünde araba park yeri tasarlamak için sizden yardım istiyor. Şehir planıcısının amacı caddede park edilebilecek araç sayısının en fazla olacağı düzeni sağlamaktır. Park yeri olarak kullanılacak yer yolun 150 m uzunluğundaki kısmını oluşturuyor. Yolun toplam genişliği 18m'dir. (bkz. Şekil 1). Bu yolda hem iki yönlü trafik işlemeli hem de yolun iki tarafında arabalar park edebilmelidir. Şekil 1'de görüldüğü gibi yolun bir şeridi, şerit çizgisi dâhil 4,5 m ve yolun kenarındaki bir araç park alanının genişliği de 4,5 m'dir. Bir arabanın güvenli bir şekilde park edilebilmesi için yolda şerit çizgileri dahil 3 m genişliğinde 4,8 m uzunluğunda dikdörtgensel bir alan ayrılmalıdır. Bu alan, yola paralel olabileceği gibi (bkz. Şekil 2a) açılı olarak da tasarlanabilir (bkz. Şekil 2b) ancak bu durumda araçlar yola taşmamalıdır.

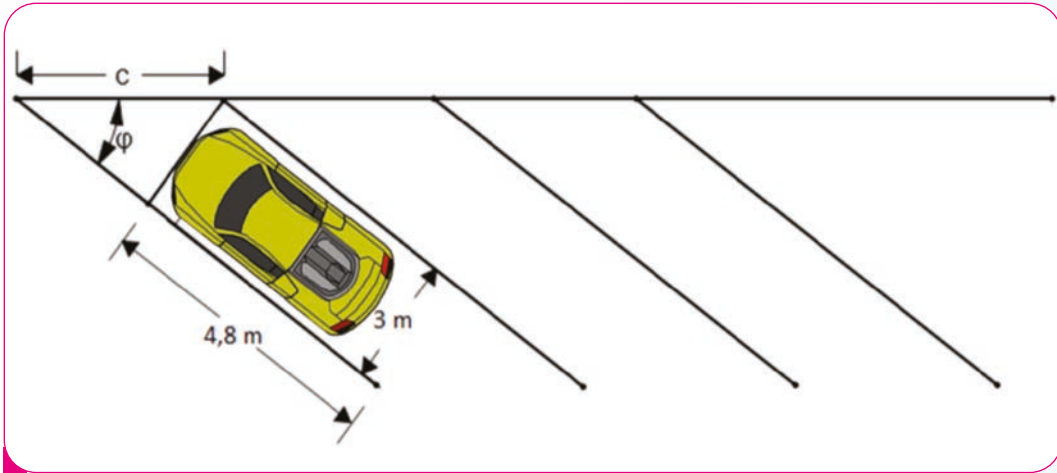


Şekil 1. Araba park alanı ve yol planı

1. Sizden istenen yolun bu 150 m'lik kısmına en fazla sayıda araç park edilebilecek şekilde yola paralel, dik veya açılı park yerleri tasarlamanızdır. Araba park yeri tasarımınızda aşağıdaki çizimlerden yararlanabilirsiniz.



Şekil 2a: Paralel araba park yeri tasarımı



Şekil 2b: Açılı araba park yeri tasarımı

2. Eğer araç park alanının genişliği için bir tarafta verilen 4,5 m sınırlaması olmasaydı yolun toplam genişliği (18 m) ve yol genişliği ($4,5 \text{ m} + 4,5 \text{ m} = 9 \text{ m}$) sabit kalmak şartıyla şehir planlamacısına en fazla sayıda araç park edilebilmesi için nasıl bir park tasarımı önerisinde bulunurdunuz? Nedenleriyle açıklayınız.

Dönme Dolap

İngiltere'nin başkenti Londra'daki "London Eye" ismiyle bilinen dönme dolap Londra'yı kuşbakışı izlemek isteyenler için tavsiye edilmektedir. 1999 yılında inşa edilen ve dünyanın en büyük dönme dolaplarından birisi olan yapı, yıllık 4 milyon civarında ziyaretçisiyle Londra'nın önemli turizm kaynaklarından biri haline gelmiştir. 135 metre yüksekliğindeki bu dönme dolap her biri 25 kişi kapasiteli, içinde insanların rahatça dolaşabileceği genişlikte 32 kapsülden oluşmaktadır. Dönme dolabın bir diğer özelliği de hiç durmadan hareketine devam etmesidir. Yani yolcu indirmek ya da bindirmek için durmayan dolap, insanların yer seviyesinde kapsüllere rahatlıkla inip binebileceği kadar yavaş hareket etmektedir.



Londra'daki "London Eye" ismiyle bilinen dönme dolabı inceleyen ve müşteri potansiyelinden etkilenen bir yatırımcı, benzer bir dönme dolabı İstanbul'da Çamlıca tepesine yapmaya karar veriyor. Çapı 140 metre olması planlanan dönme dolap, yerden yüksekliği 4 m olan bir platform üzerine kurulacaktır. Dönme dolap üzerine eşit aralıklarla her biri 25 kişi kapasiteli 36 kapsülün yerleştirilmesi düşünülmektedir. Dönme dolabın bir tam turunu tamamlama süresi 30 dk.olarak planlanmaktadır. Kapsüllerin içerisine yerleştirilecek olan elektronik göstergelerde müşteriye anlık olarak aktarılması planlanan bilgiler şunlardır:

- Yerden yükseklik
- Kapsüle bindikleri noktaya olan uzaklık
- Hız

Bu bilgileri anlık hesaplayabilecek yazılımı geliştirecek bilgisayar programcısına yardımcı olmanız istenmektedir. Bu çerçevede, programcıya bu bilgilerin matematiksel olarak nasıl hesaplanabileceği konusunda bir yöntem öneriniz.

Trafik İşaret Levhaları

Karayolları Genel Müdürlüğü'nün *Trafik İşaretleri Elkitabına* göre, "Kaplama Üstü Yön Levhaları" çok şeritli bölünmüş yolların kavşak yaklaşımlarında, her bir şeridin ulaşacağı güzergâh ile ilgili bilgi vermek amacıyla, aşağıdaki gibi durumlarda kullanılır:

- Yüksek trafik hacmi
- Kısıtlı görüş uzaklığı
- Yüksek hızlı trafik
- Yüksek kamyon oranı
- Yere monte edilen levhalar için yeterli yer bulunmayışı

Elkitabına göre "Kaplama Üstü Yön Levhaları"nın alt kenarının zemine mesafesi en az 5,50 m ve levhaların düşey boyutu (yüksekliği) en fazla 3 m olmalıdır.



Yolculuğu kolaylaştıran unsurlardan biri trafik işaret levhalarıdır. Bu levhalar yol kenarına konulduğu gibi yolun üzerine belirli bir yüksekliğe de konulabilmektedir. Bir sürücü gideceği yönü belirlerken yol üzerindeki bu levhaları takip eder. Sürücü levhaya çok uzak olduğunda levhada yazılanları görmekte zorlanacağından, çok yakın olduğunda ise levhayı görmek için yukarı doğru dik bakmak zorunda kalacağından levhayı okuyamaz. Karayolları Genel Müdürlüğü Bakım Dairesi Başkanlığı Trafik Şubesi Müdürlüğü, sürücülerin yol üzerindeki "Kaplama Üstü Yön Levhaları"nı en kolay okuyabileceği mesafeyi bulabilecekleri bir yöntem araştırıyor. Sizin göreviniz Trafik Şube Müdürlüğü'ne böyle bir yöntemi kısa bir rapor halinde sunmak. Raporunuzda aşağıdaki bilgilere yer veriniz:

- Yönteminizi elde ederken yaptığınız her bir işlem basamağının açıklanması
- Yönteminizi daha da iyileştirmek için ne tür bilgiye ihtiyacınız olduğu.

Trafik İşaret Levhaları (Çalışma Kağıdı)

Çalışma Kâğıdı

1. En iyi görüş mesafesini nasıl tanımlarsınız?
2. En iyi görüş mesafesinin önemli olduğu bir duruma örnek veriniz. Nedenini açıklayınız.

Tablo 1'de bir müzede duvara asılı bazı tabloların yerden ne kadar yüksekte asılı olduğu ve tablonun boyu verilmiştir. Bu tablolara olan uzaklığımızla resimleri görme açımızın değişimini bir dinamik geometri yazılımı kullanarak inceleyiniz. Resme yaklaştıkça görme açımız nasıl değişmektedir? Hangi durumda resmi en geniş açıdan görürüz, açıklayınız.

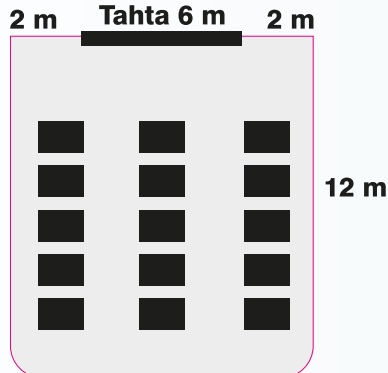
Tablo 1. Tabloların yerden yükseklikleri ve boyları

	Yerden yüksekliği (m)	Boyu (m)
Tablo-1	6	1,5
Tablo-2	7	2
Tablo-3	9	3

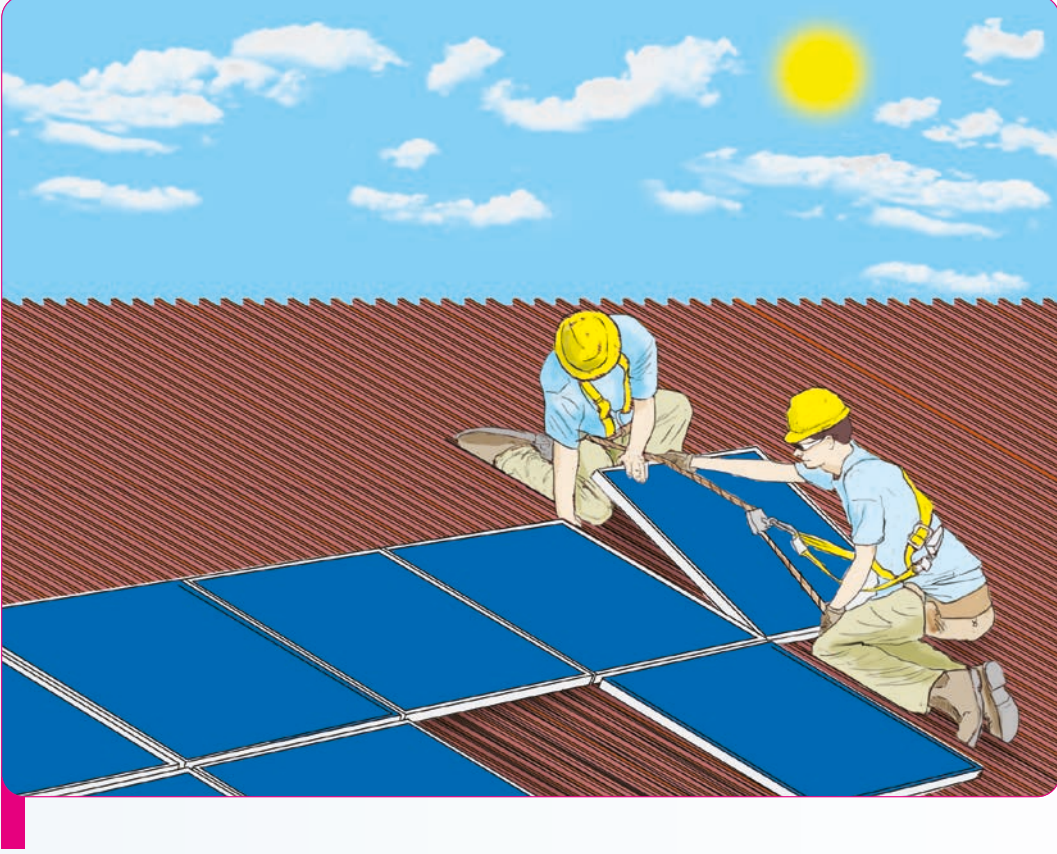
Tahta En İyi Nereden Görünür?



Sınıf oturma düzeninin öğrencinin başarısı üzerinde etkisi olabilmektedir. Sınıf tasarlanırken “bütün öğrencilerin tahtayı mümkün olan en iyi görüş açısıyla görmelerini sağlamak” göz önünde bulundurulması gereken en temel unsurdur. Fakat duvar kenarında oturan öğrenciler, en arkada oturan öğrenciler veya en önde oturan öğrenciler için düşünüldüğünde tahtanın tamamını görme açıları farklılıklar bulunmaktadır. Görüş açısı, bir kişinin tahtanın tamamını gördüğü açı, öğrencinin ne kadar iyi gördüğünün bir ölçüsüdür. Genellikle görüş açısının büyük olması tercih edilir. Sizden istenen aşağıda planı verilen sınıfta, her bir sıranın görüş açısını (yatay görüş açısı) ve en iyi görüş açısına sahip sırayı belirlemek için matematiksel bir yöntem geliştirmenizdir.



Gün Uzunluğunu Tahmin Et



Türkiye ve Rusya'da faaliyet gösteren bir inşaat firması yaptığı binalarda temiz enerji politikası izlemektedir. Bu bağlamda binaların dış yüzeyine ve çatısına gün ışığında enerji üretecek paneller yerleştirilerek her binanın enerji ihtiyacını büyük oranda karşılayacak bir yatırım yapmaktadır. Pazarlama sürecinde kendi enerjisini üreten bina söylemi en önemli reklam malzemesi olacaktır. Fakat binalara yerleştirilen panellerin farklı ülkelerde, farklı illerde ve farklı iklim koşullarında enerji üretim miktarı değişmektedir.

Paneller güneş enerjisini dönüştürdükleri için bir ilin herhangi bir gün için gündüz uzunluğu panellerin o gün yaklaşık ne kadar enerji üreteceğini belirlemektedir. İnşaat firması yetkilileri binanın yılın hangi aylarında ortalama ne kadar enerji üreteceği konusunda müşterilerini önceden bilgilendirmek istiyor. Ayrıca, yılın hangi aylarında binanın ne kadar ekstra enerjiye ihtiyaç duyacağı konusunda müşterilerin önceden bilgi sahibi olması firma için önemlidir.

Buna göre, Tablo 1'deki verileri kullanarak yılın herhangi bir gününde Ankara'nın ve Moskova'nın gün uzunluğunun hesaplanabileceği bir yöntem geliştiriniz.

Tablo 1. Bazı tarihlerde Ankara ve Moskova'da güneşin doğuş ve batış saatleri

Tarih	Ankara		Moskova	
	Doğuş	Batış	Doğuş	Batış
03.01.2010	07:11	16:35	08:59	16:10
03.02.2010	06:55	17:14	08:20	17:07
04.03.2010	06:18	17:43	07:14	18:10
04.04.2010	06:28	19:15	06:53	20:13
06.05.2010	05:43	19:48	05:36	21:17
08.06.2010	05:19	20:16	04:48	22:10
06.07.2010	05:26	20:20	04:54	22:14
07.08.2010	05:52	19:56	05:45	21:24
06.09.2010	06:21	19:12	06:43	20:11
07.10.2010	06:50	18:22	07:44	18:50
05.11.2010	06:22	16:42	07:44	16:42
06.12.2010	06:56	16:23	08:42	15:58
07.01.2011	07:11	16:39	08:57	16:15
06.02.2011	06:52	17:13	08:14	17:14
02.03.2011	06:21	17:41	07:19	18:06

Genel Coğrafi Bilgiler**Ankara**

Enlem: 38° 40' N (39° 56')

Boylam: 30° 34' (32° 52') E

Moskova

Enlem: 55° 57' (55° 45') N

Boylam: 38° 42' (37° 37') E

Aşağıda, bir forum sitesinde üç kişi arasında geçen bir konuşma verilmiştir. Bu kişiler arasındaki diyalogları da dikkate alarak görme açısının hangi faktörlere bağlı olduğunu belirleyiniz.

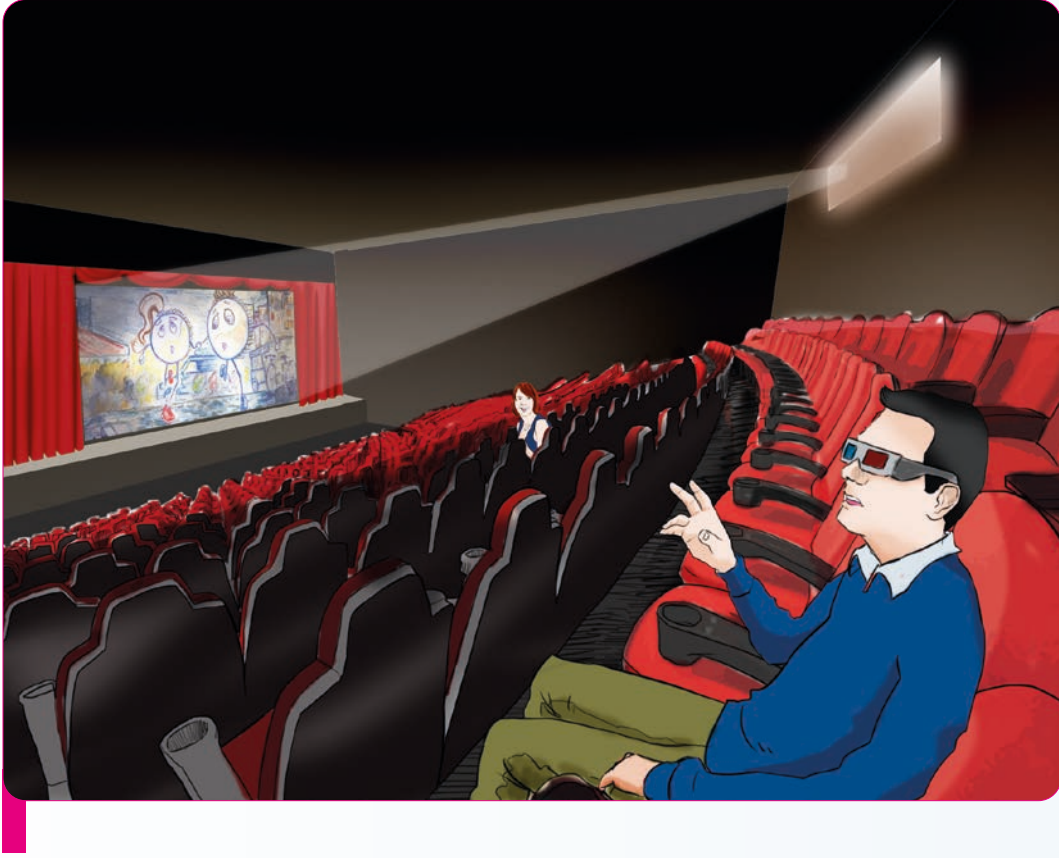
Lütfen satın almak istediğiniz koltukları seçiniz...

Boş Seçli Dolu

T		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				T
S		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	S
R		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		R
P		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	P
O		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		O
N		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	N
M		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		M
L		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	L
K		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		K
J		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	J
I		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		I
H		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	H
G		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		G
F		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	F
E		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		E
D		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	D
C		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		C
B		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11			B

O zaman orası uygun ama bazı koltuklar dik ve uzun, araları da büyük olunca filmi biraz daha geriden izlemek gerekiyor. Bazen de bu durum filme bağlı oluyor. Filmin alt yazıları çok altta çıkıyor ve okumayı zorlaştırıyor.

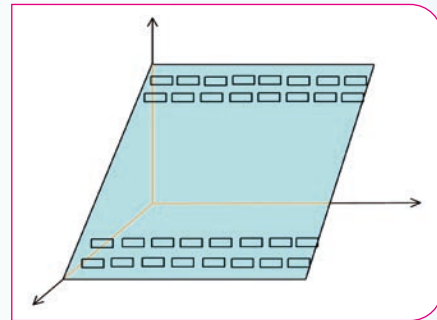
Kaynak: forum.donanimhaber.com/m_38252882/tm.htm



Önceki sayfadaki resimde de görüldüğü gibi sinemada koltuklar sıra ve sayı verilerek numaralandırılmaktadır. Sinema biletinizde, bir harf ve sayıdan oluşan salonda oturmak zorunda olduğunuz yeriniz yazar. Çoğunlukla harf sırayı, sayı da koltuğu işaret eder.

Fakat yukarıdaki tartışmadan da anlaşıldığı gibi her bir sıranın ve numaranın görüş açısı değişmektedir. İzleyiciler de tercihlerini genellikle tecrübelerine dayanarak yapmaktadır. Sinema yetkilileri herhangi bir koltuk için yatay ve dikey görüş açısını belirlemek istiyor. Bunun için her bir koltuk için yerden yükseklik, yataydaki mesafe ve perdeye olan uzaklık verilerini çıkarıyorlar (x , y , z koordinatları).

Fakat bu verileri kullanarak (yatay ve dikey) görüş açılarını nasıl hesaplayabilecekleri konusunda bir matematikçinin yardımına ihtiyaçları var. Sizden istenen, bir sinema salonundaki (üç boyutlu koordinat sisteminde koordinatları belli) herhangi bir koltuk için perdenin hem yatay hem de dikey görme açılarını gösteren bir ilişki bulmanız.



Kaplumbağa Terbiyecisi



Osman Hamdi Bey (1842-1910) Türk resim sanatının her döneminde gündemdeki yerini korumuş bir isimdir. Yüksekliği 2,5 m olan “Kaplumbağa Terbiyecisi” adlı tablosu, ressamın en ilgi çeken ve özgün eserlerinden birisidir.

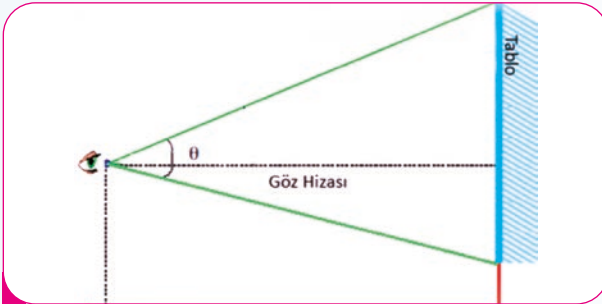
Türk resim sanatının en pahalı tablosu olarak da bilinen bu eser bugün Pera Sanat Müzesi’nde (<http://www.peramuzesi.org.tr>) sergilenmektedir.

Yeni açılacak bir salonda “Kaplumbağa Terbiyecisi” alt kısmı yerden 0,5 m yukarıda olacak şekilde asılarak, sergilenecektir. Yeni salonda ziyaretçiler için tablodan tam olarak ne kadar uzakta dururlarsa tabloyu en iyi şekilde görebileceklerini gösteren bir çizelge hazırlanması düşünülmektedir.

Ziyaretçiler çizelgeye göre göz hizalarının zeminden ne kadar yüksekte olduğu bilgisini kullanarak en iyi görüş açısını yakalamak için tabloya ne kadar uzaktan bakmaları gerektiğini öğrenebileceklerdir.

Müze yönetimi, sizden böyle bir çizelgenin hazırlanmasına yardımcı olacak matematiksel bir model geliştirmenizi ve bunu yazılı olarak müze müdürlüğüne sunmanızı istiyor. Ancak geliştireceğiniz modelin müzede sergilenen diğer tablolar için de kullanılabilir olması önemli.

Modeli oluşturmaya başlamadan önce yaptığınız araştırmalarla, tablonun en iyi şekilde görülebilmesi için tablonun üstten aşağıya tamamını görecektir ziyaretçinin görüş açısının mümkün olduğunca büyük olması gerektiği sonucuna vardınız. Diğer bir deyişle, tablonun en iyi şekilde görülebilmesi için ziyaretçinin gözü ile tablonun üst ve alt kenarlarının oluşturduğu açının, θ , (bkz. Şekil 1) en büyük olması gerekmektedir. Buradan yola çıkarak müzenin ihtiyacı olan modeli oluşturunuz.



Şekil 1

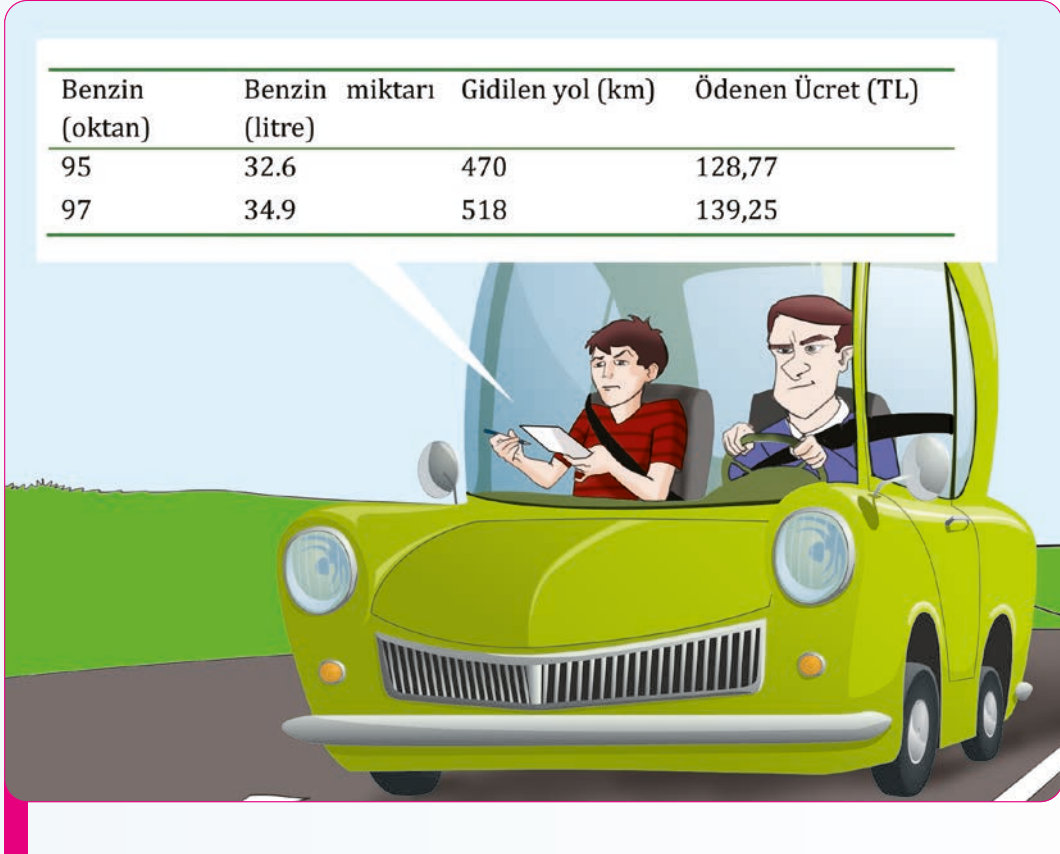
Ayak İzi Problemi



Gece yarısı kuyumcuya giren hırsızlar çelik kasayı patlatarak soygun yaptı. Olay yerinde yapılan incelemede, şüphelilere ait herhangi bir parmak izine rastlanmazken yerde bulunan ayak izleri polis ekiplerinin dikkatini çekti.

Olay Yeri İnceleme Ekipleri tarafından fotoğrafları çekilen ve ölçüleri alınan ayak izleri, Kriminal Polis Laboratuvarı'na gönderildi. Teknik Fotoğraf ve Eşkâl Tespit Bürosunda çalışan bir memur, bu ayak izlerine bakarak hırsızların boy ölçülerini tahmin etmeye çalışıyor. Sizin göreviniz bu memura ayak izi verilen bir kişinin boy ölçüsünü bulmanın genel bir yöntemini sunmak.

Benzinin İyisi Hangisi?



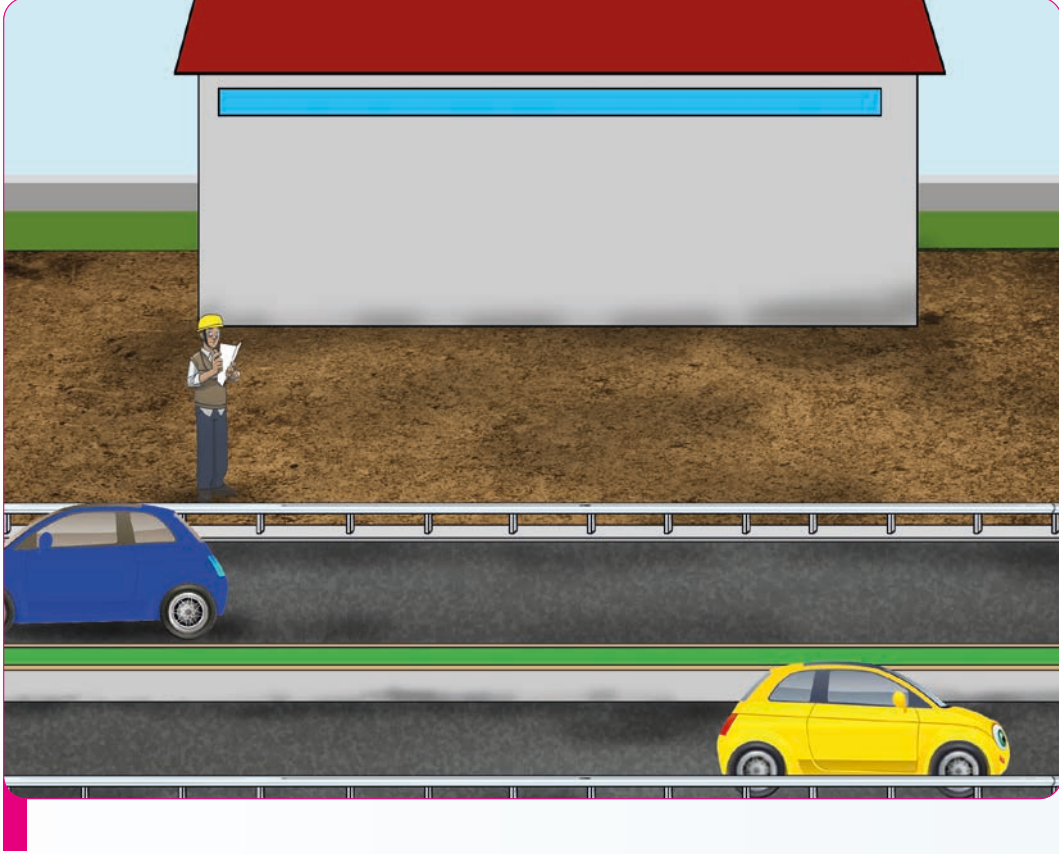
Arabalar, motor tasarımlarına göre değişik oktanlı benzinlerle değişik verim düzeylerinde çalışabilmektedir. Tansel ve babası kendi arabaları için benzindeki oktan değerinin arabanın gideceği mesafeyi nasıl etkileyeceğini merak ediyorlar. Baba-oğul yüksek oktanlı benzin daha pahalı olduğundan aradaki farkın ödenmeye değer olup olmayacağına karar vermek için arabalarına iki farklı oktandan benzin alıp gidebilecekleri mesafeyi ölçmeye karar verdiler. İlk denemelerinde arabanın deposunu 95 oktan benzinle doldurup benzin hemen hemen bitinceye kadar arabayı kullanıp gidilen mesafeyi kaydettiler. Daha sonra 97 oktanlı benzinle de aynı işlemi yaparak aşağıdaki tabloyu oluşturdular. Tablodaki verileri kullanarak aşağıdaki soruları cevaplayınız.

Tablo 1. Tansel ve babasının bulguları

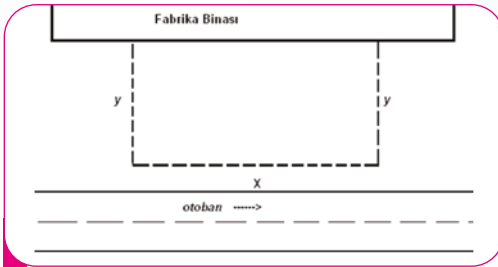
Benzin (oktan)	Benzin miktarı (litre)	Gidilen yol (km)	Ödenen Ücret (TL)
95	32.6	470	128,77
97	34.9	518	139,25

1. Alınan benzin miktarı ile gidilen yolu ve benzin miktarı ile ödenen para arasındaki ilişkileri matematiksel olarak ifade ediniz.
2. Yukarıdaki bilgilere göre benzindeki yüksek oktan, Tansel'lerin arabasının daha uzun yol gitmesini sağlıyor mu? Yanıtınızı matematiksel kanıtlarla destekleyin.
3. Piyasadaki benzin fiyatları oktanlarına göre değişmektedir. Sizce fiyat farkları bu araba için getirdiği avantaja değer mi? Cevabınızı matematiksel kanıtlarla destekleyin.
4. Tansel'in ağabeyi, kardeşiyle babasının yaptığı bu deneyi duyunca aldıkları benzinin oktanı dışında arabanın gittiği yolu etkileyen başka etkenler olabileceğini öne sürdü. Sizce bu etkenler (varsa) nelerdir, yazınız.

Çitleyelim



İnşaat malzemeleri yapan bir fabrikada ürünlerin depolanması için yeni bir alana ihtiyaç duyulmaktadır. Şirketin lojistik müdürü fabrikaya bitişik 10.800 m^2 'lik dikdörtgen şeklindeki bir bölgenin çitle çevrilmek suretiyle depo olarak kullanılabileceğini düşünmektedir. Çitle kapatılacak bölge bir tarafta fabrikanın duvarını kullanacaktır. Ayrıca Şekil 1'de de görüldüğü gibi depolama bölgesinin önünden uygun mesafede otoyol geçtiğinden bu tarafa yapılacak çitin diğerlerinden daha yüksek ve güvenli olması gerekmektedir.



Şekil 1

Depolama bölgesinin yan kenarlarına yapılacak çitin maliyeti metre başına 200 TL iken ön tarafına yapılacak çitin maliyeti 300 TL olacaktır. Çitin maliyetinin en az olacak şekilde depolama bölgesinin boyutlarının belirlenmesi gerekiyor.

1. Depolama bölgesinin boyutlarını ve çitin maliyetini hesaplayınız.
2. Eğer otoban tarafına daha pahalı bir çit yapılacak olsaydı (örneğin 400 TL/m), maliyet ve depolama bölgesinin boyutları nasıl değişirdi?

Acile Gelen Yüksek Tansiyon Hastası



<http://thsk.saglik.gov.tr/kronik-hastaliklar/797-hipertansiyon.html>

Tansiyon, atardamarların içindeki kan basıncıdır. Tansiyon, ölçüm birimi mmHg olan iki parametre ile ölçülür: büyük tansiyon (sistolik basınç) / küçük tansiyon (diastolik basınç). Büyük tansiyon, kalbin sol kalpten kanı vücuda doğru pompalarken kullandığı güce denir. Küçük tansiyon ise kalbin kan pompalanmasını bitirdikten sonra damarlarda ortaya çıkan basınçtır. Dünya Sağlık Teşkilatı'nın tarifine göre normal kan basıncı 120/80 mmHg dir.

Yapılan bilimsel çalışmalara göre yüksek tansiyon sınırı yaşla değişiklik göstermesine rağmen, orta yaşlı insanlarda büyük tansiyon en fazla 140 mmHg, küçük tansiyon ise en fazla 85 mmHg olmalıdır.

Tansiyonu yüksek olan bir hastayı rahatsız eden ve bir doktora gitmesine yol açan ilk belirtiler başın arkasından enseye doğru uzanan baş ağrısı, baş dönmesi, kulak çınlaması, burun kanaması veya kalp ağrılarıdır.

Yüksek tansiyon eğer kontrol edilmezse, kalp, beyin, böbrek gibi hayati organlarda zaman içinde bir çok hastalık ortaya çıkaracağı gibi, ani ve aşırı tansiyon yükselmesi hastanın beyin kanaması geçirerek felç olmasına bile sebep olabilir. Bu nedenle, yüksek tansiyonun tedavisi mutlaka yapılmalıdır.

1. Tansiyonun yüksek olması ne demektir?
2. Tansiyonu ortalama 130/82 mmHg olan bir kişi yüksek tansiyon hastası olarak kabul edilebilir mi? Neden?
3. Bu kişide yüksek tansiyon belirtileri görülür mü?



Asistan doktor olarak acilde nöbet tuttuğunuz bir akşam saat 21.15'te, yüksek tansiyon belirtileri ile acile gelen bir hastanın ilk tansiyon ölçümünü yaptıktan sonra tansiyonunun çok yüksek olduğunu gördünüz ve hastaya uygun dozda bir tansiyon düşürücü ilaç verdiniz. Daha sonra, İlknur hemşireden belli aralıklarla bu hastanın tansiyon ölçümünü yapmasını, bu sonuçları ölçüm yaptığı saatle birlikte bir kağıda not etmesini ve eğer acil bir durum olursa size haber vermesini istediniz. Yaklaşık iki saat sonra, hastayı kontrol etmek için yanına uğradığınızda, İlknur hemşire size Tablo 1'de gösterilen tansiyon takip çizelgesini verdi.

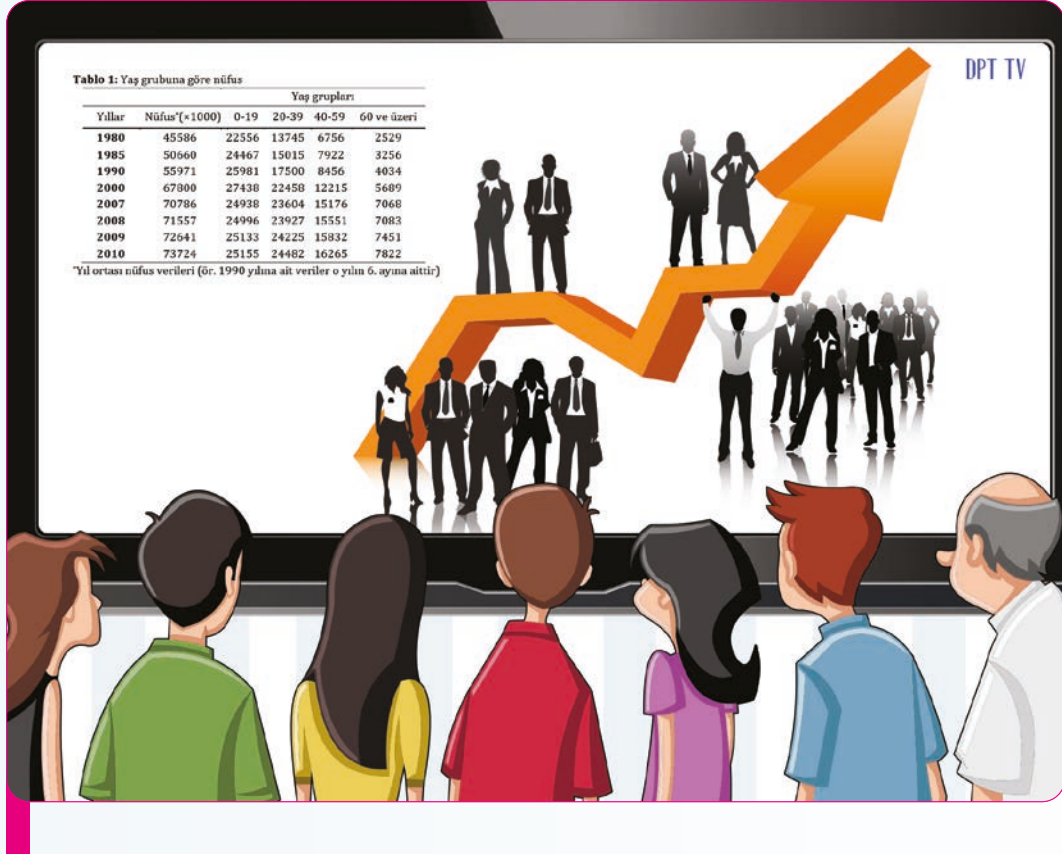
Tablo 1. Hastanın tansiyon takip çizelgesi

Tansiyon ölçüm zamanı (saat)	Büyük tansiyon (mmHg)	Küçük tansiyon (mmHg)
21:15	198	119
21:20	182	103
21:28	167	93
21:40	154	88
22:19	129	84
23:20	125	81

Bu verileri kullanarak, Acil Tıp Anabilim Dalı Başkanı olan hocanıza, aşağıdaki soruları ayrıntılı ve ikna edici cevaplar veren bir açıklama yapmanız gerekiyor.

1. Hastanın tansiyonu hastanede bulunduğu sürede zamanla nasıl değişmiştir? Tansiyonun düşüşünde nasıl bir değişim söz konusudur?
2. Hastanın tansiyonunun düşüş oranının en fazla ve en az olduğu saatler hangileridir?
3. Hastayı rahatsız eden yüksek tansiyon belirtileri tahminen ne zaman kaybolur?
4. Hastanın tansiyonu normal kan basıncında dengelenmediği sürece, hastayı taburcu edemeyeceğinizi göz önünde bulundurarak, tansiyon takip çizelgesine göre sizce bu hasta taburcu olabilir mi? Eğer cevabınız evet ise hastanızı saat kaçta taburcu edeceksiniz? Neden?

Gelecek Yüzyılda Türkiye



T.C. Kalkınma Bakanlığı, gelecek yüzyıl için stratejik planlar yapmaktadır. Bu çerçevede, Türkiye nüfusunun yıllara göre nasıl değiştiği ve önümüzdeki 100 yıl içerisinde demografik yapının nasıl farklılaşacağı gelecekte yapılacak olan yatırım planlarını yönlendirmede belirleyici bir etkindir. Çünkü mevcut durum gözetilerek yapılan yatırımlar, yıllar sonra nüfus yapısındaki değişmeden dolayı işlevsiz kalabilmektedir. Bakanlık yetkilileri sizden aşağıdaki sorular doğrultusunda bir rapor hazırlamanızı istemektedir. Raporda Tablo 1’de gösterilen geçmiş yıllardaki nüfus değişiminin incelenerek gelecekteki nüfus yapısının nasıl oluşabileceği konusu irdelenmelidir.

1. Türkiye’nin nüfus artışı yıllara göre nasıl değişmektedir? Nüfustaki artışta nasıl bir değişim söz konusudur?

a. 1980-1985 yılları arasında ve diğer yıl aralıklarında nüfustaki artış miktarı nedir?

b. Zamana bağlı ortalama nüfus artış oranının (hızının) en yüksek ve en düşük olduğu yıl aralıkları hangileridir?

c. 2000 yılındaki (zamana bağlı) nüfus artış oranı (hızı) yaklaşık olarak nedir?

2. Genç, orta ve yaşlı nüfus yıllara göre nasıl bir değişim göstermektedir?

3. Bazı uzmanlar gelecekte Türkiye nüfusunun durağanlaşacağını iddia ediyorlar. Sizce böyle bir durum söz konusu mudur? Durağanlaşma olıaksa bunun ne zaman gerçekleşmesi beklenebilir?

Tablo 1. Yaş grubuna göre nüfus

Yıllar	Nüfus*(x1000)	Yaş grupları			
		0-19	20-39	40-59	60 ve üzeri
1980	45586	22556	13745	6756	2529
1985	50660	24467	15015	7922	3256
1990	55971	25981	17500	8456	4034
2000	67800	27438	22458	12215	5689
2007	70786	24938	23604	15176	7068
2008	71557	24996	23927	15551	7083
2009	72641	25133	24225	15832	7451
2010	73724	25155	24482	16265	7822

*Yıl ortası nüfus verileri (ör. 1990 yılına ait veriler o yılın 6. ayına aittir)

Su Deposu

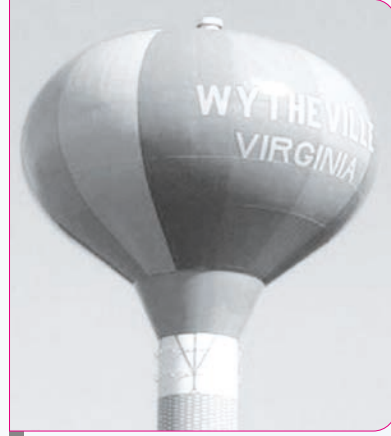
Bir bilgisayar şirketi, eğitim kurumlarına bilgisayar destekli eğitim amaçlı programlar hazırlamaktadır. Şirkete bağlı bir ekip, öğrencilerin grafik çizme ve yorumlama becerilerini geliştirmeye yardımcı olacak bir su deposu doldurma animasyonu üzerinde çalışmaktadır. Ekibin bu animasyonu oluşturabilmesi için su deposu doldurulurken depoda biriken suyun hacmine bağlı olarak su yüksekliğini gösteren bir grafiğe ihtiyacı vardır.

Ekibin matematikçi üyesi olarak sizden istenen, aşağıda verilen depolar için bu grafikleri yaklaşık olarak çizmeniz ve herhangi bir şekle sahip bir su deposu için su miktarına bağlı olarak suyun yüksekliğini gösterecek olan grafiğin nasıl çizileceğini açıklayan bir yönerge hazırlamanızdır.

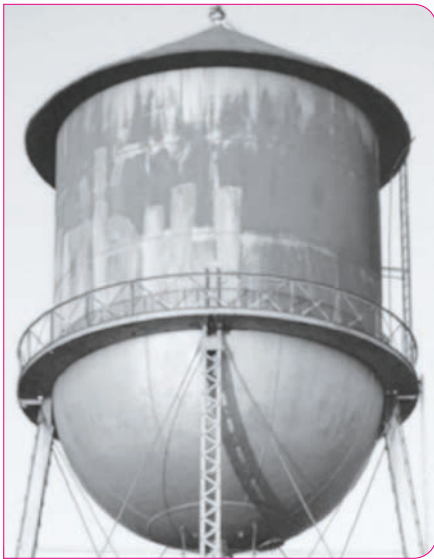
Depo Şekilleri



Depo/1



Depo/2



Depo/3



Depo/4

Boru Hattı Güzergâhını Belirle



Kıbrıs'a İçme Suyu

KKTC'nin suyu denizden gidecek.
Yavru Vatan artık Türkiye'den borularla gelecek olan suyu içecek.

Kuzey Kıbrıs Türk Cumhuriyeti'nin (KKTC) su ihtiyacının Türkiye'den dönecek boru hattıyla karşılanmasına dönük proje başlatıldı. Devlet Su İşleri (DSİ) Genel Müdürlüğü ile Alsim Alarko şirketi arasındaki mutabakat zaptı, bugün düzenlenen törenle imzalandı. Törende konuşan Enerji ve Tabii Kaynaklar Bakanı Hilmi Güler, 78 kilometre uzunluğunda, denizin 250 metre derinine askıda dönecek 1,6 metre çapındaki boru hattı ile Kıbrıs'a yılda 75 milyon metreküp su verileceğini, bunun 15 milyon metreküpünün içme suyu olacağını, kalanının da sulamada kullanılacağını söyledi. Bu arada Alman Frankfurter Rundschau gazetesi, Türkiye'nin KKTC'ye bir boru hattı kurarak içme suyu nakletmeyi planladığını, bundan Kıbrıs'taki Rumların da istifade etmesinin düşünüldüğünü yazdı. Gazetede "Kıbrıslılar, Türklerin 'barış suyunu' içecek" başlığıyla verilen haberde, Kıbrıs'ta uzun yıllardan bu yana içme suyu sıkıntısı çekildiğine ve bunun hem artan turizm hem de tarım açısından çok önemli olduğuna işaret edilerek, Türkiye'nin planladığı ve Alarko-Holding tarafından yapılacak boru hattı projesinin yöneticisi Oktay Varlier'in açıklamalarına yer verildi. Varlier, yaklaşık 10 yıldan bu yana planlamalar üzerinde çalıştıklarını ve sonunda işe başlayacak olmalarından büyük mutluluk duyduğunu belirterek yaklaşık 250 milyon dolara mal olması beklenen projeyi 5 yıl içinde hayata geçirmeyi planladıklarını söyledi.

Kaynak: <http://www.haberler.com>

Kıbrıs adasında yeterli tatlı su kaynakları bulunmadığından Türkiye'den Kuzey Kıbrıs Türk Cumhuriyeti'ne bir boru hattı ile tatlı su taşınması planlanmaktadır. Antalya ve Adana, inşa edilecek boru hattı için su kaynağı sağlayabilecek alternatif iller arasında ön plana çıkmaktadır.

- Antalya için Manavgat nehri üzerine kurulu Manavgat Barajı, kaynak olarak düşünülmektedir.
- Adana için Seyhan nehri üzerine kurulu Seyhan Barajı kaynak olarak düşünülmektedir.

Döşenecek boru hattının maliyeti, karada doğanın yapısına göre değişmektedir. Düz ve engebesiz bir arazi için ortalama maliyet 50.000 TL/km iken dağlık bir arazi için bu maliyet 100.000 TL/km'ye kadar çıkabilmektedir. Denizdeki maliyeti ise 200.000 TL/km olarak öngörülmektedir.

Yetkililer, su kaynağı ve güzergâha karar verildikten hemen sonra inşaatın başlayacağını belirtmektedirler. Bu güzergâhı belirleme konusunda sizden de maliyet hesabıyla birlikte bir güzergâh önerisi sunmanız istenmiştir. Maliyetin en az olacağı bir güzergâh belirleyiniz ve bu güzergâhın uygunluğu konusunda yetkilileri ikna edici, ayrıntılı bir rapor yazınız.

Tablo1. İller ve ilçeler arası mesafe (km)

	Antalya	Manavgat	Alanya	Anamur	Silifke	Mersin	Adana	Girne (KKTC)
Antalya	0	78	135	261	398	489	558	260
Manavgat	78	0	59	185	323	411	480	200
Alanya	135	59	0	128	265	354	421	156
Anamur	261	185	128	0	140	223	292	65
Silifke	398	323	265	140	0	83	152	145
Mersin	489	411	354	223	83	0	69	220
Adana	558	480	421	292	152	69	0	250
KKTC (Girne)	260	200	156	65	145	220	250	0

Not: Tablodaki yer alan mesafeler karayolu mesafesidir (KKTC verileri hariç).

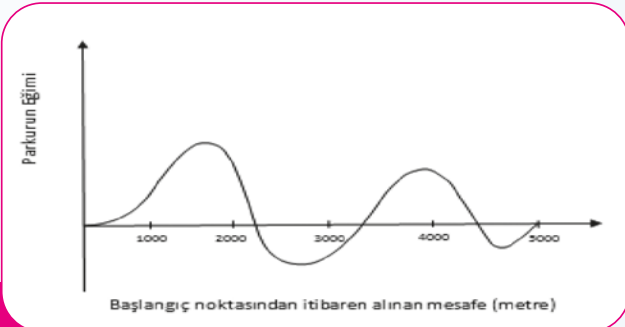


Doğa Yürüyüşü Parkuru Krokisi



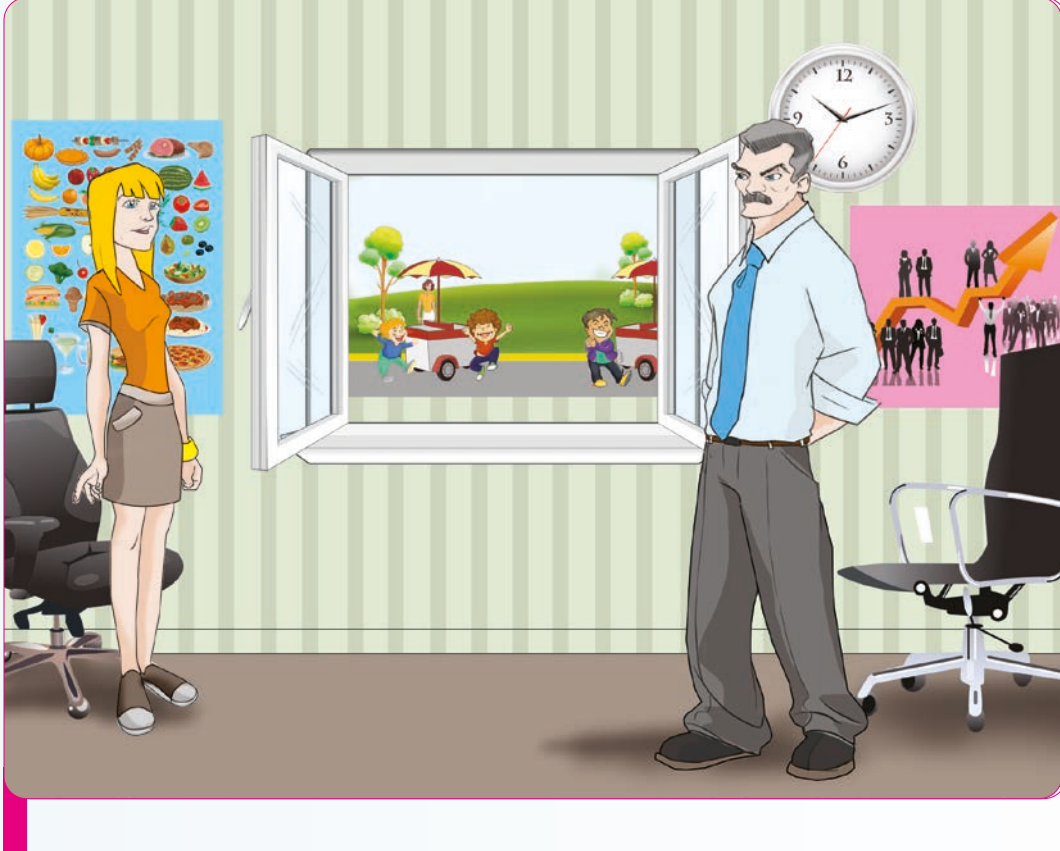
Son yıllarda, trekkinge (doğa yürüyüşü) olan talebin gittikçe artması dolayısıyla bu yürüyüşleri organize eden acentelerin sayısı da artmaktadır. Bu acenteler daima yeni parkurlar keşfedip kişiye özel farklı zorluklarda parkur önerileri sunmak için çalışmaktadırlar. Bu amaçla, yeni kurulan bir acente de bilinenlerden farklı parkurlar belirleyerek bunları müşterilerinin hizmetine sunmayı planlamaktadır. Bu acente için çalışan sporcular farklı parkurlarda yürüyüşler yapmaktadır. Sporcuların yürüyüşleri uydu kaydıyla anlık takip edilmekte ve yürüyüş başlangıcından itibaren sporcuların gittikleri mesafe ve bulundukları konumun eğimi, mesafe-eğim grafiği formatında anlık kaydedilmektedir. Bu yürüyüşlerden bir tanesi için uydu kayıt verileri Şekil 1'de gösterilmiştir.

Şekil 1'deki grafik kullanılarak parkurun taslağı (kroki), mesafe-yükseklik grafiği şeklinde çizilebilmektedir. Acente bu konuda bir matematikçiden yardım istemeye karar verir. Sizden bu parkur için grafik verisini kullanarak parkurun taslağını (mesafe-yükseklik grafiğini) oluşturmaya yarayacak bir yöntem geliştirmeniz ve bu yöntemi acente çalışanlarına açıklamanız beklenmektedir.



Şekil 1. Mesafe - eğim grafiği

Yaz İşi



Arzu, geçen yaz Vahşi Doğa Eğlence Parkı'nda yiyecek satışı yapan bir firmanın temsilcisi olarak çalışmaya başlamıştır. Arzu'ya bağlı olarak çalışan elemanlar, seyyar arabalarla parkın içerisinde dolaşmakta ve sakız, sandviç, çerez, su, meşrubat gibi yiyecek ve içecekler satmaktadırlar.

Önceki yaz çalışan elemanların tamamı tatmin edici bir gelir elde ettiğinden bu yaz da çalışmak için Arzu'nun görev yaptığı birime tekrar başvurdu. Fakat park yöneticileri Arzu'ya, bu yaz geçen yılki kadar çok satıcının işe alınamayacağını söylediler. Arzu buna göre geçen yıl çalışan dokuz elemandan yalnızca üçünü tam zamanlı, üçünü de yarı zamanlı çalışmak üzere işe alabilecektir. Geri kalan üç kişiyi ise işe alamayacaktır. Ancak Arzu, geçen yıl çalışan bu dokuz elemandan hangilerini tekrar işe alacağına karar verememekte ve bu konuda yardımınıza ihtiyacı duymaktadır.

Arzu, geçen yaz çalışan dokuz kişinin kayıtlarını gözden geçirerek, parkın "çok yoğun, orta yoğun ve durgun" olduğu zamanlara göre her bir satıcı için toplam çalışma saatlerini ve satıcıların satışlardan elde ettikleri toplam geliri hesaplayarak aşağıdaki tabloyu oluşturmuştur. Arzu, kendisine en çok para kazandıran elemanları tekrar işe almak istemekte, ancak elemanları performanslarına göre nasıl karşılaştıracağını bilememektedir. Bunun sebebi ise her bir elemanın farklı sürelerde çalışmış olmasıdır. Ayrıca parkın yoğun olduğu saatlerde daha çok satış yapmanın mümkün olduğu gerçeği de göz ardı edilmemelidir.

Gelecek yaz çalışmak üzere kimin işe alınması gerektiğine karar vermek için bir yöntem bulmaya çalışınız. Bu çerçevede, Arzu'ya geçen yaz kendisi için çalışan bu dokuz elemanı nasıl değerlendirebileceğini ve hangilerini tam zamanlı, hangilerini yarı zamanlı olarak işe alabileceğini anlatan bir rapor yazınız. Yönteminizin tabloda gösterilen dokuz kişi için nasıl işlediğini gösteriniz.

Yönteminizi anlayabilmesi için Arzu'ya yeterince ayrıntı vermelisiniz. Ayrıca Arzu'nun yönteminizin onun için iyi bir yöntem olup olmadığına karar verebilmesi için açıklamanızın anlaşılır olmasına dikkat ediniz.

Her Bir Çalışanın Geçen Yazdaki Çalışma Saatleri

	Haziran			Temmuz			Ağustos		
	Yoğun	Orta	Durgun	Yoğun	Orta	Durgun	Yoğun	Orta	Durgun
MELEK	12,5	15	9	10	14	17,5	12,5	33,5	35
KÜBRA	5,5	22	15,5	53,5	40	15,5	50	14	23,5
TÜLAY	12	17	14,5	20	25	21,5	19,5	20,5	24,5
JALE	19,5	30,5	34	20	31	14	22	19,5	36
ÇETİN	19,5	26	0	36	15,5	27	30	24	4,5
CAN	13	4,5	12	33,5	37,5	6,5	16	24	16,5
REMZİ	26,5	43,5	27	67	26	3	41,5	58	5,5
TEKİN	7,5	16	25	16	45,5	51	7,5	42	84
VELİ	0	3	4,5	38	17,5	39	37	22	12

Her Bir Çalışanın Geçen Yaz Kazandırdığı Para (TL)

	Haziran			Temmuz			Ağustos		
	Yoğun	Orta	Durgun	Yoğun	Orta	Durgun	Yoğun	Orta	Durgun
MELEK	690	780	452	699	758	835	788	1732	1462
KÜBRA	474	874	406	4612	2032	477	4500	834	712
TÜLAY	1047	667	284	1389	804	450	1062	806	491
JALE	1263	1188	765	1584	1668	449	1822	1276	1358
ÇETİN	1264	1172	0	2477	681	548	1923	1130	89
CAN	1115	278	574	2972	2399	231	1322	1594	577
REMZİ	2253	1702	610	4470	993	75	2754	2327	87
TEKİN	550	903	928	1296	2360	2610	615	2184	2518
VELİ	0	125	64	3073	767	768	3005	1253	253

Hangi Konutu Almalı?



Aylık 2.700 TL net geliri ve kira hariç 1.200 TL sabit gideri olan Kerem Bey, kiracı olmaktan kurtulmak ve bir konut almak istiyor. Kerem Bey ve ailesinin birikmiş 25.000 TL'si var. Kerem Bey, tanıdığı birkaç emlakçının portföyünden ve internet ilanlarından yararlanarak almayı düşündüğü daireleri belirleyerek bunların bilgilerini Tablo 1'deki gibi düzenlemiştir.

Tablo 1. Satılık konutlar ve özellikleri

Özellikler	Satılık Konutlar				
	A	B	C	D	E
Konut tipi	Daire	Müstakil Ev	Daire	Müstakil Ev	Yazlık
Kapladığı alan (m ²)	110	100	200	180	80
Oda Sayısı	3+1	3+1	4+1	2+1	2+1
Binanın Yaşı	8	12	1	6	15
Binadaki kat sayısı	5	2	6	1	2
Bulunduğu kat	1	Müstakil	6	1	Müstakil
Merkeze uzaklığı (km)	10	6	3	4	18
Isıtma	Kombi	Soba	Kombi	Soba	Kombi
Fiyatı	90.000	140.000	120.000	135.000	85.000

Kerem Bey, konut alırken önemli olduğunu düşündüğü birkaç hususu da aşağıdaki gibi not etmiştir:

- Konutun kapladığı alan büyürse ısıtma masrafı artar.
- Bina yaşı ile sağlamlığı ters orantılıdır.

- Binanın şehir merkezine olan uzaklığı arttıkça fiyatı düşmektedir.

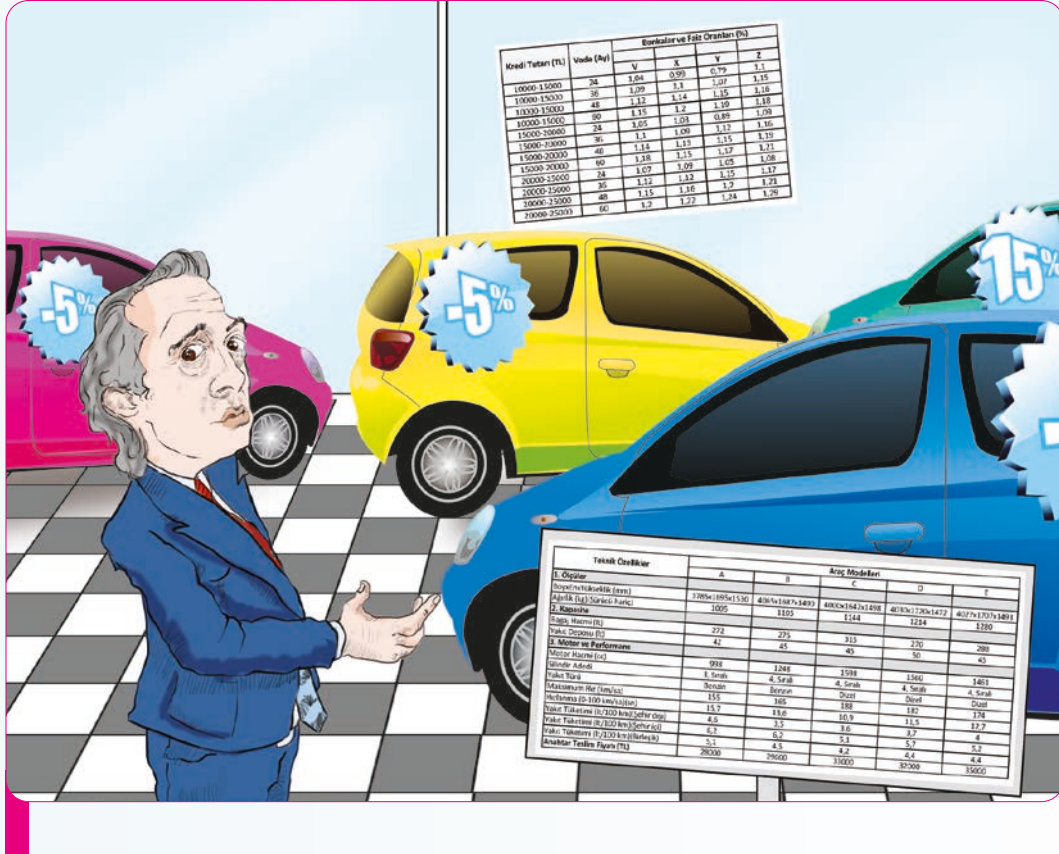
Kerem Bey, biriktirdiği parayı peşinat olarak vermeyi, geriye kalan kısmı ise bankadan kredi alarak ödemeyi düşünmektedir. Kredi için 4 bankayla görüşerek, bu bankaların kredi ve faiz oranlarını içeren bir tablo da oluşturmuştur (bkz. Tablo 2).

Tablo 2. Bankaların kredi faiz oranları

Kredi Tutarı (TL)	Vade (Ay)	Bankalar ve Faiz Oranları (%)			
		V Bankası	X Bankası	Y Bankası	Z Bankası
60000-80000	60	0,84	0,95	0,79	0,82
60000-80000	96	0,85	1,05	1,07	0,86
60000-80000	120	0,87	1,05	1,15	0,92
80000-100000	60	0,83	0,96	0,82	0,86
80000-100000	96	0,84	1,06	0,89	0,88
80000-100000	120	0,86	1,07	0,91	0,94
100000-120000	60	0,82	0,97	0,8	0,81
100000-120000	96	0,83	1,07	0,84	0,82
100000-120000	120	0,85	1,09	0,85	0,84

Kerem Bey'in sizin yardımınıza ihtiyacı vardır. Onun hangi konutu tercih etmesi ve hangi finansman alternatifini ve vadesini seçmesi gerektiğini nedenleri ile açıklayan bir model geliştiriniz.

Hangi Otomobili Almalı?



Levent Bey, ailesi için bir otomobil almayı planlamaktadır. Aylık net geliri 1.776 TL ve sabit gideri 1.200 TL olan Levent Bey'in birikmiş 10.000 TL parası bulunmaktadır. Yıl sonu kampanyalarından faydalanmak isteyen Levent Bey, öncelikle otomobil bayilerini ziyaret ederek düşündüğü otomobillerin özelliklerini ve fiyatlarını içeren broşürleri edindikten sonra, bunların bilgilerini Tablo 1'deki gibi düzenlemiştir.

Tablo 1. Araçların modellerine göre teknik özellikleri

Teknik Özellikler	Araç Modelleri				
	A	B	C	D	E
1. Ölçüler					
Boy x En x Yükseklik (mm)	3785x1695x1530	4065x1687x1490	4000x1642x1498	4030x1720x1472	4027x1707x1493
Ağırlık (kg)(Sürücü hariç)	1005	1105	1144	1214	1280
2. Kapasite					
Bagaj Hacmi (lt)	272	275	315	270	288
Yakıt Deposu (lt)	42	45	45	50	45
3. Motor ve Performans					
Motor Hacmi (cc)	998	1248	1598	1560	1461
Silindir Adedi	3, Sıralı	4, Sıralı	4, Sıralı	4, Sıralı	4, Sıralı
Yakıt Türü	Benzin	Benzin	Dizel	Dizel	Dizel
Maksimum Hız (km/sa)	155	165	188	182	174
Hızlanma (0-100 km/sa)(sn)	15,7	13,6	10,9	11,5	12,7
Yakıt Tüketimi (lt/100 km)(Şehir dışı)	4,6	3,5	3,6	3,7	4
Yakıt Tüketimi (lt/100 km)(Şehir içi)	6,2	6,2	5,1	5,7	5,2
Yakıt Tüketimi (lt/100 km)(Birleşik)	5,1	4,5	4,2	4,4	4,4
Anahtar Teslim Fiyatı (TL)	28000	29600	33000	32000	35000

Levent Bey, deneyimli arkadaşlarıyla da konuşarak otomobillerin teknik özelliklerine yönelik aşağıdaki notları çıkartmıştır:

- Otomobillerde motor hacmi büyüdükçe tüketilen yakıt miktarı artar.
- Otomobillerin ağırlığı ile yüksek hızlardaki güvenliği arasında doğru orantı vardır.
- Silindir sayısı arttıkça motorun gücü artar.

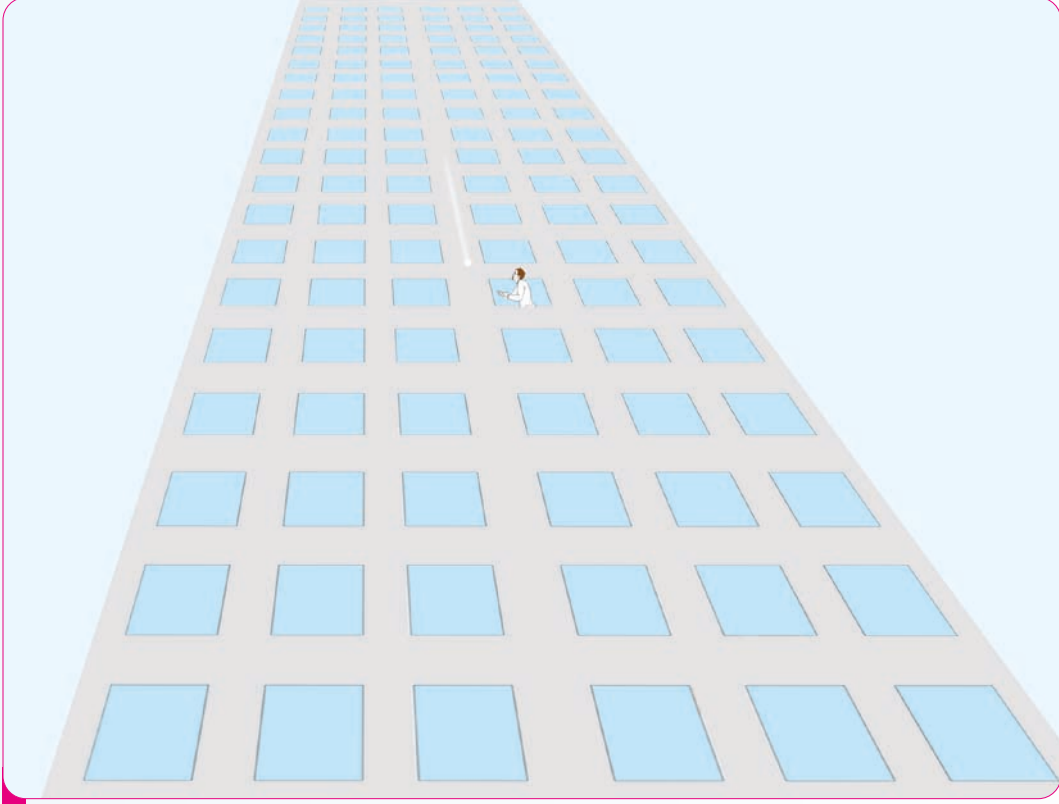
Levent Bey, otomobil alırken biriktirdiği parayı peşinat olarak vermeyi, geri kalan kısmı ise bankadan kredi alarak ödemeyi düşünmektedir. Kredi için 4 bankayla görüşerek, kredi ve faiz oranlarını gösteren Tablo 2'yi oluşturmuştur.

Tablo 2. Bankaların kredi faiz oranları

Kredi Tutarı (TL)	Vade (Ay)	Bankalar ve Faiz Oranları (%)			
		V Bankası	X Bankası	Y Bankası	Z Bankası
10000-15000	24	1,04	0,99	0,79	1,1
10000-15000	36	1,09	1,1	1,07	1,15
10000-15000	48	1,12	1,14	1,15	1,16
10000-15000	60	1,15	1,2	1,19	1,18
15000-20000	24	1,05	1,03	0,89	1,09
15000-20000	36	1,1	1,09	1,12	1,16
15000-20000	48	1,14	1,13	1,15	1,19
15000-20000	60	1,18	1,15	1,17	1,21
20000-25000	24	1,07	1,09	1,05	1,08
20000-25000	36	1,12	1,12	1,15	1,17
20000-25000	48	1,15	1,16	1,2	1,21
20000-25000	60	1,2	1,22	1,24	1,29

Levent Bey'in sizin yardımınıza ihtiyacı vardır. Onun hangi otomobili tercih etmesi ve hangi finansman alternatifini ve vadesini seçmesi gerektiğini nedenleri ile açıklayan bir model geliştiriniz.

Zıplayan Top!



Birçok popüler spor dalı bir çeşit top kullanımı gerektirir. Spor dallarında kullanılan topları tasarlarken göz önünde bulundurulması gereken en önemli etkenlerden birisi de topun iyi zıplayabilmesi, yani esnekliğidir. Örneğin bir golf topu sert bir yüzeye çarptığında düştüğü yüksekliğin yaklaşık $2/3$ 'ü kadar sıçramalıdır.

Çeşitli spor dallarında kullanılmak üzere toplar üreten bir firmanın AR-GE birimi çalışanları, esnekliğini test etmek için yeni geliştirdikleri bir topu, 52 m yüksekliğindeki bir binanın çatısından aşağı doğru bırakıyor. Binanın bir katında gözlem yapan bir görevli de topun, yerden 15 m yükseklikteki gözlem seviyesinden 17 kez geçtiğini rapor ediyor.

Sizden AR-GE bölümünün matematikçisi olarak, bu verileri kullanarak test edilen topun zıplama oranının ne olabileceğini bulmanız istenmektedir. Bunu yaparken topun düz bir zemine çarparak her zıplayışta bir önceki yüksekliğinin belli ve sabit bir oranına ulaştığını varsayın.

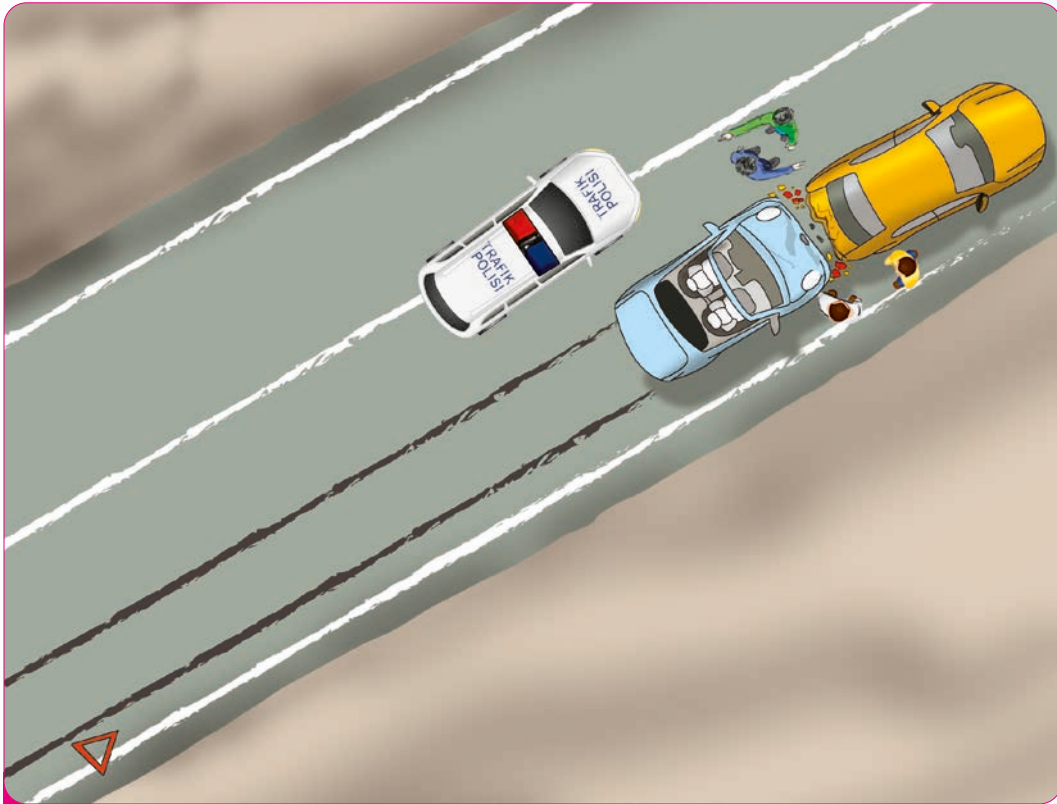
Aracın Durma Mesafesi

İşaretleme!
Bir kaza klasiği: İşaretlememe ve yanlış işaretleme

Kaza nedenleri arasında arızalı aracın taşıt yolundan çıkartılmaması, işaretlenmemesi ya da yanlış işaretlenmesi önemli bir yer tutmaktadır. Pek çok sürücü bir dönemeçten ya da tepe üstünden sonra ansızın karşılarına çıkan arızalı bir aracın yarattığı tehlikeyi yaşamıştır. Hiçbir işaret koymadan ya da yola taş dizerek, ilk yardım çantası, bidon, krik o ve benzeri şeyler koyarak; üstü pü, eski lastik yakarak yanlış işaretleme yapan araç sahipleri, ne yazık ki ölümcül kazaların sorumlusu olmaktadır. Ünlü ralli sürücüsü Renç Koçibey'in de işaretlenmemiş bir araca çarparak yaşamını yitirdiğini hatırlayalım ve lütfen kurallara uygun işaretleme yapalım. Uygun işaretleme, aracın acil uyarı ışıklarını yakarak ve aracın önüne, arkasına ve uygun yerlere reflektör konularak yapılır. Reflektörün bir kenarı 45 cm uzunluğunda eşkenar üçgen biçiminde olması ve her kenarında 5 cm'lik yansıtıcı yüzey bulunması zorunludur. Ayrıca reflektörün, rüzgâr nedeniyle devrilmeyecek yapıda ayaklarının olması da işaretleme kurallarıdır.

Görüşü kapalı olan dönemeç ve tepe üstü gibi yerlerde reflektörün araçtan en az 30 m uzağa ve diğer sürücüler tarafından en az 150 m uzaklıktan görülebilecek biçimde yerleştirilmesi zorunludur. Tehlikeli madde taşıyan araçların bozulup yolda kalması durumunda, kesinlikle kırmızı ışıkla işaretlenmesi ve başında beklenerek gözetim altında tutulması zorunludur.

Kaynak: <http://www.haberler.com>



Saatte 70 km hızla seyreden bir oto, yolda arıza nedeniyle duran başka bir araca arkadan hafif bir şekilde çarpıyor. Duran aracın sahibi, aracının 30 m uzağına ve sürücülerin 150 m öteden görebileceği bir yere işaret reflektörü koyduğunu ve bu nedenle aracına çarpan sürücünün yüzde yüz suçlu olduğunu iddia ediyor.

Kaza yapan aracın sahibi ise reflektörü gördüğü anda frene basmasına rağmen duramadığını söyleyerek arızalı aracın sahibini suçlamaktadır. Suç oranlarını belirlemede çarpan aracın kaç metre önceden frene bastığının bilinmesi önemli bir kriter olacaktır.

Yolun yapısından dolayı yolda herhangi bir fren ve kayma izi bulunmuyor. Eldeki tek veri ise yolun hemen yakınında olan mobese kamerası verileridir. Bu kamera kayıtlarından çarpan aracın kaç metre geriden fren yapmaya başladığı ve kaç metre sonra durduğu çok net anlaşılamamaktadır. Ancak görüntülerden yola çıkılarak, çarpan aracın hızı ikişer saniye aralıklarla hesaplanabilmektedir (bkz. Tablo 1).

Tablodaki verileri kullanarak çarpan aracın kaç metre önceden fren yapmaya başladığını bulma konusunda sizden yardım isteniyor. Bu çerçevede, mobese verilerini kullanarak sürücünün kaç metre önce frene bastığını bulunuz ve yetkililerin anlayacağı şekilde ayrıntılı olarak açıklayınız.

Tablo 1. Çarpan araca ait hız-zaman verileri

Zaman (sa.)	Hız (km/sa.)
16:00:00	65
16:00:02	65
16:00:04	46
16:00:06	30
16:00:08	17
16:00:10	7
16:00:12	0

Atlamak ya da Atlamamak!



Yeşilçam'ın eğlenceli tarihi filmlerini bilirsiniz. Bu filmlerde kahramanımız aşağıda saklanan atını ısıklıla çağırıp atının üstüne bir kaleden atlayarak binmekte ve düşmanlarından uzaklaşmaktadır. Bu atlayış mükemmel bir zamanlamayla yapılmalıdır, yoksa atlayan kişinin yere çakılma olasılığı yüksektir. Birçok filmde buna benzer tehlikeli sahneleri dublörler yerine getirir. Benzer bir sahne için bir film yönetmeni siz matematikçilerden yardım istiyor. Senaryo gereği bir dublör binanın çatısından atlayıp aşağıdan hızla geçmekte olan iki atla çekilen faytonun üzerine düşecektir. Faytonun tavanı yeteri kadar sağlam olduğundan dublörü taşıyacağı biliniyor. Ancak dublörün yaralanmaması için atlayışın zamanlaması önemlidir.

Yönetmen için bazı önemli detayları belirlemeniz gerekiyor. Örneğin bina ne kadar yüksek olmalı? Atlar faytonu hangi hızla çekmelidir? Faytonun tavanının şekli nasıl ve büyüklüğü ne kadar olmalıdır? Dublörün esenliği açısından bu sorulara vereceğiniz yanıtların mümkün olduğu kadar gerçekçi olması gerekiyor. Örneğin dublör tam olarak ne zaman aşağıya atlamalıdır?

1. Sizce dublörün atlamasını hesaplamakta kullanacağınız fonksiyon ne olmalı? Bulacağınız fonksiyonun neden gerçekçi sonuçlar vereceğini açıklayınız.
2. Dublörün atlamasından sonra faytona ulaşması ne kadar zaman alacak?
3. Eğer faytonun hızının sabit ve 20 km/sa. olduğunu varsayarsak, bu bilgi size dublörün ne zaman atlaması gerektiğini hesaplarken nasıl yardımcı olur?
4. Fayton tavanının merkezi yolda belli bir hizaya (noktaya) gelince dublör aşağıya atlamalıdır. Dublörün yere çakılmaması için bu hiza neresi olmalı? Cevabınızı açıklayıp matematiksel olarak destekleyin.
5. Bu hiza ile atılan binanın yüksekliği arasındaki ilişki nedir? Değişik yükseklikteki binalar (örn., üç değişik yükseklik için) için bu noktaları belirleyin.

Dergi Satışları



Üç ayda bir yayınlanan ve her sayısı yaklaşık 25.000 satılan Matematiksel Düşünce dergisinin satış fiyatı 5,5 TL'dir. Ancak üretim ve kâğıt fiyatlarındaki artışlardan dolayı derginin satış fiyatına zam yapılması kaçınılmaz hale gelmiştir.

Yapılacak artışın dergi satışları üzerindeki olumsuz etkisini daha iyi anlayabilmek için okuyucular arasında bir araştırma yapılmıştır. Buna göre fiyatta yapılacak her 50 kuruşluk artışın 1.250 kişinin dergiyi almaktan vazgeçmesine sebep olacağı ön görülmektedir. Derginin yöneticilerinin yerinde olsaydınız yeni satış fiyatını kaç TL olarak belirlerdiniz?

Göl Kirliliği



Dünya Kuşları Koruma Kurumu'nca geliştirilen bilimsel kriterlere göre Mogan Gölü Türkiye'deki 184 önemli kuş alanından biridir.

Dünya Kuşları Koruma Derneği'nin raporunda, Ankara'nın Gölbaşı ilçesinde yer alan Mogan Gölü Türkiye'de kirlilik riski taşıyan göllerden biri olarak gösteriliyor. Raporu dikkate alan Çevre ve Orman Bakanlığı yetkilileri yaptıkları incelemede 13,34 Milyon m³ su hacmine sahip Mogan Gölü'ne çok yakın kurulmuş olan yeni bir fabrikanın atıklarının göle karıştığını tespit ediyorlar. Bakanlık yetkilileri, göldeki civa oranının (g/L) %0,00001 olduğunu ve fabrikadan göle günde 100 litre sıvı atık karıştığını ve bu atıktaki civa konsantrasyonunun 0,04 g/L olduğunu tespit ediyorlar. Çevre ve Orman Bakanlığı'nın yayınladığı tehlikeli maddelerin su ve çevresinde neden olduğu kirliliğin kontrolü yönetmeliğine göre bu sudan içen kuşlara ve doğal yaşama zarar vermemesi için "iç yüzeyli sularda toplam civa konsantrasyonunun 10⁻⁶ g/L'yi aşmaması" gerekmektedir.

Sizin göreviniz Mogan Gölü'nün kirlilik durumu ile ilgili aşağıdaki konuları içeren bir rapor hazırlanmasında yetkililere yardımcı olmaktır. Raporu hazırlarken göldeki su miktarının fabrika atığı dışında herhangi bir sebepten dolayı değişmediğini varsayabilirsiniz:

- Gölde biriken cıvanın kuşlara ve çevreye bir zararının olup olmayacağı, olacaksa ne zaman tehlike sınırına ulaşacağı.
- Herhangi bir müdahale olmazsa çok uzun zaman sonra göldeki civa konsantrasyonunun ulaşacağı oran.

Kazalar, Kazalar...



Bilindiği gibi sigorta şirketleri, sürücülerin kaza durumunda ortaya çıkacak hasar ve tedavi masraflarını karşılamak üzere ödenmiş yatırımlarını düzenlerler. Sürücülerin yaş ve cinsiyet gibi özelliklerine ve geçmişteki kazalara göre kaza yapma riskleri ödeyeceği primlere yansıtılır. Örneğin genç ve geçmişte üç kazaya karışmış bir erkeğin sigorta primi orta yaşlı olan ve hiç kazası olmayan bir bayanın primine göre daha yüksektir.

Uygulamalı matematiğin bir dalı olan aktüerya bilimi sigorta şirketleri için eldeki istatistikî ve demografik verileri kullanarak belli eğilimdeki sürücüler için risk hesaplamaları yapar. Aktüerler bu verilerle matematiksel yöntemleri kullanarak geleceğe dönük öngöründe bulunurlar.

1. Sizce 18-85 yaşları arasındaki sürücülerden hangilerinin kaza yapma olasılığı daha yüksektir? Beşerli yaş gruplarının (örn. 20-25, 25-30 vb.) kaza risklerini düşünün. Gruptaki arkadaşlarınızla tartışıp ortak düşüncenizi yazınız.

Türkiye Trafik Kazalarını Önleme Vakfı (TÜTKÖV) tarafından hazırlanmış aşağıdaki tabloda (bk. Tablo 1) çok sayıda kişiden elde edilmiş veriler sunulmuştur. Tabloda değişik yaşlardaki kişilerin karıştığı ağır hasarlı trafik kazalarının sayıları aynı miktar mesafe (50 milyon km) için verilmiştir. Belli yaş gruplarında rastgele seçilen kişilere yılda yaklaşık kaç kilometre araç kullandıkları ve karıştıkları kaza sayısı sorulmuş ve kaza sayıları istenen mesafe için orantılanarak hesaplanmıştır.

2. Sizce TÜTKÖV kaza sayılarını neden her yaş grubunda 50 milyon km için hesaplamıştır? Daha kullanışlı ve güvenilir yöntem ne olabilir? Grubunuzda tartışıp düşüncenizi yazınız.

3. Tablo 1’de sunulan verileri kullanarak yaş ve kaza sayısı arasındaki ilişkiyi modelleyen bir fonksiyon bulunuz. Bunun için grafik hesap makinesi veya grafik çizilebilen bir elektronik tablo yazılımı (örn. MS Excel) kullanabilirsiniz. Oluşturacağınız model yukarıdaki verileri kabul edilebilir bir doğrulukla ($\pm 5\%$) üretebilmelidir. Yani fonksiyon, yaş yazıldığında kaza sayısını yeteri kadar doğrulukla verebilmelidir. Çünkü aktörler sizin geliştireceğiniz fonksiyonu başka değişkenleri de (cinsiyet, eğitim durumu, vb.) hesaba katarak başka modellerde kullanacaklardır.

Tablo 1. Sürücü yaşlarına göre kaza sayıları

Yaş	Kaza	Yaş	Kaza	Yaş	Kaza	Yaş	Kaza	Yaş	Kaza
18	301	32	158	46	119	60	174	74	326
19	295	33	149	47	119	61	180	75	342
20	276	34	146	48	120	62	190	76	357
21	264	35	143	49	122	63	199	77	373
22	245	36	137	50	124	64	208	78	388
23	239	37	134	51	127	65	217	79	404
24	224	38	130	52	130	66	227	80	422
25	214	39	127	53	134	67	239	81	441
26	208	40	124	54	137	68	248	82	460
27	199	41	121	55	146	69	261	83	478
28	186	42	120	56	149	70	273	84	497
29	180	43	119	57	155	71	286	85	516
30	174	44	119	58	161	72	298	86	537
31	168	45	118	59	168	73	311		

4. Verilere dayalı oluşturduğunuz modele göre, en az kaza yapma riski olan yaş grubu hangisidir? Sizce neden böyledir? Başlangıçta yaptığınız tahminler doğrulandı mı? Grubunuzda tartışıp sonucu yazınız.

5. Kaza riski yüksek yaş gruplarında riski azaltmak için toplum olarak nasıl önlemler alınmalıdır? Bu konuda fikir jimnastiği yapıp grup olarak önereceğiniz gerçekçi önlemleri raporunuza yazınız.

Kıyamet Saati



Sizin de aralarında bulunduğunuz bir grup arkeolog, Mayaların kutsal saydıkları şehir Uxmal'da yapılan kazılarda bir tapınak bulur. Tapınağın kubbesinin tam altındaki zemin üzerinde bir pirinç levha ve bunun üzerine sabitlenmiş 64 tane disk vardır. Bu disklerin her biri bir parmak kalınlığında ve yarım metre uzunluğunda üç uzun elmas iğne ile birlikte saf altından yapılmış ve birbirinden farklı büyüklüktedir. Tapınağın duvarlarındaki resimlerden anlaşıldığı kadarıyla tapınağın kubbesinin Dünya'nın merkezi olduğuna inanılmaktadır. Dünya yaratıldığında kubbenin altında bulunan disklerden en büyüğü en altta olacak şekilde büyükten küçüğe doğru elmas iğnelerden birinin üzerinde kule şeklinde sıralanmıştır. Tapınak hizmetkârlarından birine de şu iki değişmez kural doğrultusunda diskleri aynı dizilişte öteki iğnelerden birine aktarması görevi verilmiştir:

- Küçük diskin üstüne asla büyük disk gelmeyecek,
- Bir seferde yalnızca 1 tane ve en üstte olan disk taşınacaktır.

Efsaneye göre hizmetkâr görevi başardığında kıyamet kopacak ve dünyanın sonu gelecektir. Keşfi ve efsaneyi halkı paniğe sevk etmeden tüm dünyaya duyurabilmek için kıyametin efsanede öngörüldüğü şekilde ne zaman kopabileceği konusunda gerçekçi bir çözüm ortaya konması önemlidir. Ekip, problemi çözmede işe yarayacağı düşüncesiyle efsanede anlatılan durumun sadece 7 diskten oluşan ahşap bir modelini tasarlamış. Ancak ekibin diğer üyeleri

tapınağın diğer gizemlerini bulmaya çalışırken, bu görev de size verilmiş. Sizden beklenen, efsanedeki kurallara uyarak, en az kaç hamlede asıl hikâyede bahsedilen 64 diskin tamamının diğer çubuklardan birine taşınabileceğini ve bu sayıda hamleyi yapmanın ne kadar zaman alacağını bulmanızdır. Çözümünüz herkesin anlayabileceği açıklık ve ikna edicilikte olmalıdır.



Kömür Tüketimi



Dünyanın en büyük kömür rezervlerine sahip ülkelerinden birisi Güney Afrika'dır. Bu ülkede bir kömür madeni işletmek ve ürettiği kömürü Avrupa ülkelerine satmak isteyen bir Türk firması için yapacağı satış anlaşmalarının uzun vadede en iyi şekilde işleyebilmesi önemlidir. Şirketin bu çerçevede, anlaşma yapmak istediği ülkelerin kömür tüketimleri konusunda ne kadar istikrarlı (tutarlı) olduklarını belirlemesi gerekmektedir. Şirket bu amaçla bazı Avrupa ülkelerinin

1965-2009 yılları arasını kapsayan dönemde kömür tüketimi verilerini içeren aşağıdaki tabloyu (bk. Tablo 1) oluşturmuştur. Şirket yönetimi, hangi ülke veya ülkelerle çalışmanın şirket için en iyi olacağı konusunda sizden danışmanlık hizmeti çerçevesinde bir rapor hazırlamanızı istemektedir. Şirket, büyüme planları çerçevesinde önümüzdeki yıllarda petrol ve hidroelektrik gibi diğer enerji alanlarında da faaliyet göstermek istemektedir. Bu nedenle hazırlayacağınız raporda kömür tüketimindeki tutarlılığı belirlemek için geliştirdiğiniz yöntem ve stratejilerin Tablo 2 ve Tablo 3'te sunulan petrol ve hidroelektrik verilerine de uygulanabilir olması beklenmektedir.

Tablo 1. Kömür Tüketimi (milyon ton petrol eşiti) *

Ülkeler	1965	1968	1973	1976	1979	1982	1985	1988	1990	1993	1996	1999	2002	2005	2006	2009
Avusturya	4,7	4,0	3,6	3,1	3,1	3,0	3,5	3,0	3,6	2,4	2,7	3,2	3,0	2,8	2,8	2,3
Belçika ve Lüksemburg	19,3	17,8	11,0	9,3	10,6	11,1	10,9	9,3	10,4	8,7	7,6	6,9	6,7	6,1	6,1	4,6
Bulgaristan	6,0	7,3	8,2	7,9	8,6	9,7	10,1	9,6	8,9	8,2	8,4	6,6	6,5	6,9	7,1	6,3
Çek Cumhuriyeti	35,3	35,3	37,3	38,7	39,7	38,6	38,2	38,1	33,5	23,7	23,6	19,0	20,6	19,8	19,4	15,8
Danimarka	2,1	2,5	1,8	2,5	4,2	5,7	7,1	6,9	6,0	7,2	9,0	4,7	4,2	3,7	5,6	4,0
Finlandiya	2,0	2,2	2,0	2,5	3,2	1,9	3,5	3,6	3,3	3,1	4,0	3,6	4,4	3,1	5,2	3,7
Fransa	45,1	40,0	29,5	30,0	28,5	28,6	23,0	17,1	19,1	14,7	15,4	14,3	12,4	13,3	12,1	10,1
Almanya	163,5	149,2	141,2	134,4	139,5	140,1	147,6	140,1	129,6	97,9	89,9	80,2	84,6	82,1	83,5	71,0
Yunanistan	2,1	2,3	4,7	7,6	4,0	4,0	6,0	7,4	8,0	7,9	7,8	9,1	9,8	8,8	8,1	7,9
Macaristan	10,9	9,0	8,7	8,0	8,2	8,5	7,6	7,1	5,6	4,0	3,7	3,4	3,1	2,7	2,9	2,5
İzlanda	^	^	^	-	-	-	0,1	0,1	0,1	^	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
İrlanda Cumhuriyeti	2,2	3,1	0,8	0,5	0,8	0,9	1,1	2,2	2,1	1,9	1,9	1,6	1,8	1,8	1,6	1,3
İtalya	8,6	9,5	9,0	9,7	10,7	14,4	15,1	13,8	14,1	10,0	11,2	11,6	14,2	17,0	17,2	13,4
Hollanda	9,5	7,6	3,1	3,2	3,3	5,4	7,0	8,4	9,5	8,2	9,3	7,7	8,9	8,7	8,5	7,9
Norveç	0,9	0,9	0,5	0,5	0,3	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,7	0,5	0,5	0,4	0,3
Polonya	59,5	64,3	75,5	87,5	96,0	93,8	99,9	103,2	80,2	74,0	73,2	61,0	56,7	55,7	58,0	53,9
Portekiz	0,6	0,5	0,6	0,4	0,4	0,4	0,8	2,2	2,8	3,3	3,9	3,6	4,1	3,8	3,8	3,6
Romanya	4,1	5,3	8,5	9,6	12,2	13,0	16,9	20,0	11,7	9,5	9,5	6,7	7,6	7,6	8,5	6,2
Slovakya	5,8	6,0	6,4	6,9	7,1	7,0	7,2	7,2	6,9	5,6	5,0	4,3	4,0	3,9	3,8	3,6
İspanya	8,2	8,1	8,5	9,9	10,9	18,0	19,2	15,5	19,0	18,2	15,5	20,5	21,9	21,2	18,5	10,6
İsveç	1,2	1,1	1,6	1,9	1,8	1,6	2,9	2,7	2,2	2,1	2,4	2,0	2,2	2,2	2,3	1,6
İsviçre	1,2	0,6	0,2	0,1	0,1	0,3	0,4	0,3	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Türkiye	3,7	3,9	4,6	5,3	6,5	8,0	10,6	16,4	16,8	18,7	20,7	22,6	21,2	26,1	28,8	27,2
İngiltere	117,4	104,5	80,7	72,8	76,5	65,9	62,9	67,5	64,9	53,3	44,4	34,3	35,7	37,4	40,8	29,7

* Sadece ticari olarak satılan yakıtlar: taşkömürü, kahverengi kömürler, linyit, bitümlü ve alt bitümlü kömürler.

^ 0,05'ten daha az.

Tablo 2. Petrol Tüketimi (milyon ton) *

Ülkeler	1965	1968	1973	1976	1979	1982	1985	1988	1990	1993	1996	1999	2002	2005	2006	2009
Avusturya	5,6	7,5	11,9	11,7	12,5	10,5	9,8	10,6	10,8	11,4	11,6	12,1	13,1	14,2	14,2	13,0
Belçika ve Lüksemburg	17,0	21,9	31,5	28,0	27,6	23,3	20,8	24,4	24,8	26,5	29,4	32,4	33,5	39,9	41,1	38,5
Bulgaristan	3,7	6,3	10,8	12,4	13,7	12,1	10,4	11,1	8,8	6,2	5,6	4,5	4,5	4,9	5,2	4,4
Çek Cumhuriyeti	4,0	5,4	9,5	11,3	12,5	10,4	10,6	9,9	8,4	6,9	8,4	8,2	8,1	9,9	9,8	9,7
Danimarka	10,2	13,6	17,9	16,7	15,9	11,0	10,7	9,5	9,0	9,5	11,4	10,6	9,6	9,2	9,3	8,2
Finlandiya	5,7	8,2	13,3	12,8	13,3	11,3	10,8	11,0	11,0	9,9	10,3	10,7	10,9	11,0	10,6	9,9
Fransa	53,9	71,8	127,3	119,5	118,3	91,5	84,3	86,0	89,4	91,1	91,0	96,4	92,9	93,1	93,0	87,5
Almanya	86,3	112,4	162,2	154,0	163,2	125,9	126,3	129,4	127,3	136,3	137,4	132,4	127,4	122,4	123,6	113,9
Yunanistan	4,4	5,8	10,0	10,6	12,4	11,9	12,0	13,7	15,7	16,7	18,3	18,7	20,3	21,2	22,2	20,2
Macaristan	3,8	4,6	8,2	10,5	11,6	10,2	10,3	9,2	9,3	7,7	7,1	7,1	6,4	7,5	7,8	7,3
İzlanda	0,5	0,5	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,0
İrlanda Cumhuriyeti	2,4	3,4	5,4	5,3	6,4	4,4	3,9	3,8	4,4	5,1	6,0	8,3	8,8	9,3	9,3	8,0
İtalya	52,3	70,3	103,6	98,8	103,2	90,7	84,4	91,7	93,6	92,6	94,2	94,4	92,9	86,7	86,7	75,1
Hollanda	25,3	30,1	41,3	39,2	41,7	31,6	29,7	35,3	35,9	37,2	38,4	41,4	44,7	50,8	52,2	49,4
Norveç	5,2	6,7	8,6	9,0	9,6	8,3	9,0	9,2	9,2	9,5	10,1	10,1	9,4	9,7	10,0	9,7
Polonya	5,4	7,6	11,7	14,9	17,4	15,2	16,4	17,5	15,8	14,0	17,2	19,9	19,4	21,9	23,3	25,5
Portekiz	2,7	3,4	6,3	7,1	8,1	9,5	8,8	8,7	11,1	12,0	12,2	15,9	16,2	16,0	14,4	12,9
Romanya	7,1	8,9	13,1	15,2	19,6	16,4	15,0	16,6	18,7	12,1	13,0	9,5	10,6	10,5	10,3	9,9
Slovakya	2,3	3,1	5,4	6,5	7,2	6,0	6,2	5,7	5,0	3,2	3,4	3,4	3,5	3,8	4,0	3,9
İspanya	14,2	21,6	39,1	48,3	49,1	47,8	42,9	45,8	48,7	51,3	58,7	68,4	73,8	78,8	78,1	72,9
İsveç	18,9	23,8	28,9	29,0	27,3	20,5	18,4	16,3	16,4	16,1	17,4	16,1	15,2	15,1	15,5	13,7
İsviçre	8,0	10,3	14,7	13,0	12,9	11,2	12,0	12,4	12,8	12,3	12,2	12,6	12,4	12,2	12,6	12,3
Türkiye	5,0	6,4	12,4	15,4	14,7	16,5	16,8	22,3	22,1	27,0	29,8	29,5	30,6	30,2	29,5	28,8
İngiltere	74,2	90,4	113,2	91,4	94,5	75,6	77,4	80,0	82,9	84,0	83,9	79,4	78,0	83,0	82,3	74,4

* Yurtiçi talep, uluslararası uçuş, denizcilik yakıtları ve rafineri yakıt ve kayıpları. Biyodizel ve etanol gibi diğer yakıtlarda dahil edilmemiştir.

Tablo 3. Hidroelektrik Tüketimi (milyon ton petrol eşiti) *

Ülkeler	1965	1968	1973	1976	1979	1982	1985	1988	1990	1993	1996	1999	2002	2005	2006	2009
Avusturya	3,9	4,1	4,3	4,5	6,2	6,9	7,0	8,1	7,1	8,3	7,7	9,2	9,0	7,7	7,2	8,3
Belçika ve Lüksemburg	0,1	0,1	0,1	^	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Bulgaristan	0,5	0,3	0,6	0,7	0,8	0,7	0,5	0,6	0,4	0,4	0,7	0,7	0,6	1,1	1,0	0,9
Çek Cumhuriyeti	0,5	0,3	0,2	0,3	0,5	0,4	0,4	0,5	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,7	0,7	0,7
Danimarka	^	^	^	^	^	^	^	^	^	^	^	^	^	^	^	^
Finlandiya	2,2	2,4	2,3	2,1	2,5	3,0	2,8	3,0	2,5	3,1	2,7	2,9	2,4	3,1	2,6	2,9
Fransa	10,6	11,4	10,8	11,0	15,0	16,0	14,1	17,4	12,2	14,7	15,0	16,6	13,9	11,8	12,7	13,1
Almanya	3,7	3,8	3,4	3,1	4,2	4,5	3,9	4,5	3,9	4,0	3,8	4,4	5,4	4,6	4,4	4,2
Yunanistan	0,2	0,3	0,6	0,5	0,9	0,8	0,6	0,6	0,5	0,6	1,0	1,1	0,8	1,3	1,5	1,6
Macaristan	^	^	^	^	^	^	^	^	^	^	^	^	^	^	^	0,1
İzlanda	0,4	0,5	1,2	1,3	1,2	0,9	0,9	1,0	1,0	1,0	1,1	1,4	1,6	1,6	1,7	2,8
İrlanda Cumhuriyeti	0,2	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,2	0,2
İtalya	10,4	10,4	8,5	9,4	9,7	9,1	9,3	9,2	7,2	9,4	9,5	10,3	8,9	8,2	8,4	10,5
Hollanda	-	-	-	-	-	-	-	-	^	^	^	^	^	^	^	^
Norveç	11,2	13,6	16,7	18,6	20,1	21,0	23,3	24,8	27,5	27,1	23,5	27,6	29,4	30,9	27,1	28,8
Polonya	0,2	0,2	0,4	0,5	0,6	0,6	0,9	1,0	0,8	0,8	0,9	1,0	0,9	0,9	0,7	0,7
Portekiz	0,9	1,2	1,8	1,2	2,5	2,2	2,4	2,8	2,1	2,0	3,4	1,7	1,9	1,2	2,6	2,0
Romanya	0,2	0,4	1,7	1,8	2,6	2,7	2,7	3,1	2,5	2,9	3,6	4,1	3,6	4,6	4,2	3,6
Slovakya	0,5	0,4	0,3	0,5	0,4	0,5	0,6	0,5	0,6	0,9	1,0	1,1	1,2	1,1	1,0	1,1
İspanya	4,5	5,6	6,5	4,7	10,5	6,0	7,1	8,0	5,8	5,5	9,2	6,4	5,2	4,0	5,8	6,1
İsveç	10,5	11,0	13,6	12,4	13,9	12,6	16,2	15,9	16,5	17,1	11,7	16,2	15,0	16,5	14,0	14,9
İsviçre	5,5	6,7	6,0	5,8	6,7	8,1	7,3	8,1	6,7	8,1	6,4	9,1	8,0	7,1	7,0	8,1
Türkiye	0,5	0,7	0,6	1,9	2,3	3,2	2,7	6,6	5,2	7,7	9,2	7,8	7,6	9,0	10,0	8,1
İngiltere	1,0	0,8	0,9	1,0	1,0	1,0	0,9	1,1	1,2	1,0	0,8	1,2	1,1	1,1	1,0	1,2

* Gayrisafi ana hidroelektrik üretimi temel alınmış olup sınır ötesi elektrik tedariki dahil edilmemiştir.

^ 0,05'ten daha az.

Maksimum Alan



Bir çiftçi bir kenarından nehir geçen geniş arazisinin bir bölümünü hayvanlarının otlaması için dikdörtgen şeklinde olacak bir çitle çevirmek istemektedir. Bu sayede hayvanlar başlarında bir çoban bulunmadan otlayabilecekler, susadıklarında da hemen yanı başlarındaki nehirden su içebileceklerdir.

Çiftçi, hayvanların nehre erişimini engellemeden en geniş otlama alanını çitle çevirmek istemektedir. Ancak çiftçinin elinde sadece belli bir uzunlukta çit yapacak malzeme vardır. İşin matematiğinden anlamayan çiftçi, problemini sizin de takip ettiğiniz bir matematik tartışma forumuna yazar ve yardım ister. Forumu aşağıdaki sorular kapsamında bir cevap yazınız.

1. Çiftçiye elindeki malzeme ile oluşturulabileceği en geniş dikdörtgen şeklinde bir otlama alanı oluşturmak için ne önerirsiniz?
2. Çevrilecek alanın en büyük olması için çiftçiye önerebileceğiniz alternatif başka bir şekil olabilir mi?

Düşünce ve önerileriniz çiftçinin anlayabileceği açıklıkta ve ikna edicilikte olmalıdır.

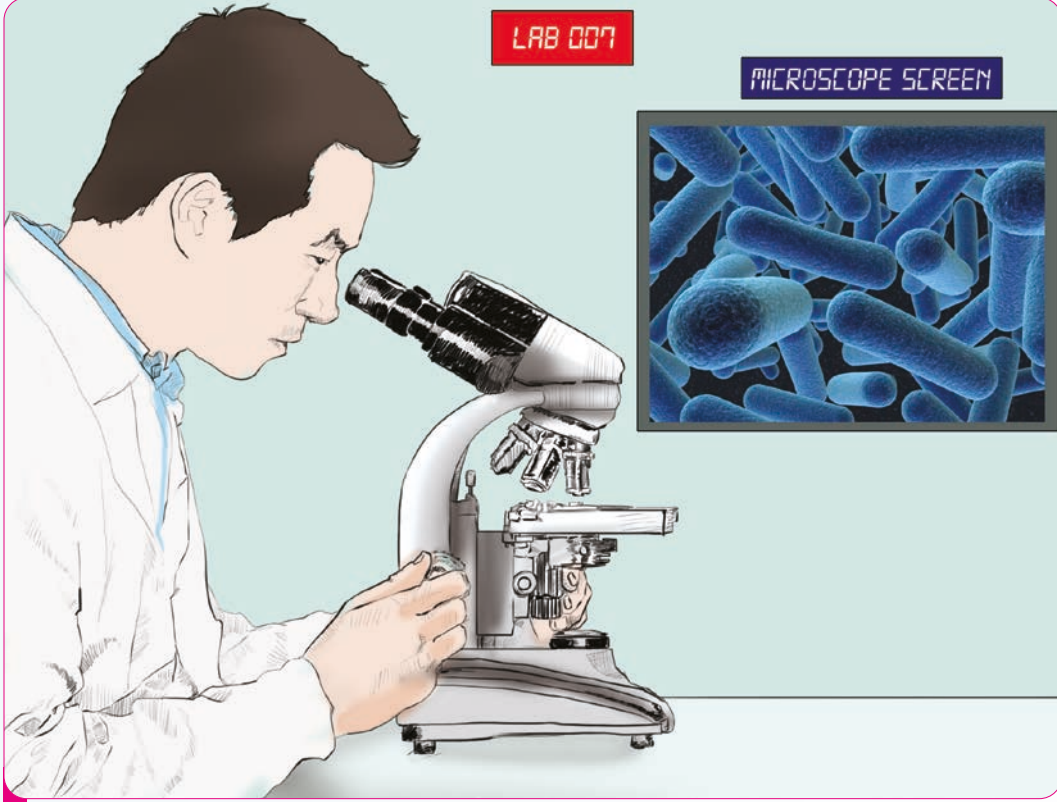
Meyve Suyu Ambalajı



Bir firma, piyasaya çıkaracağı yeni bir meyve suyu markası için hazırlık yapmaktadır. Bu meyve suyu, 330 ml olacak ve silindirik biçimindeki teneke kutularda satışa sunulacaktır. Firma yetkilileri, kutulardaki meyve suyu miktarının 330 ml olmasını ve aynı zamanda ambalaj maliyetini mümkün olduğunca düşük tutmayı istemektedirler. Sizin göreviniz aşağıdaki sorular kapsamında bir rapor hazırlanmasında firma yetkililerine yardımcı olmaktır.

1. Üretilcek olan ambalajın boyutları sizce ne olmalıdır?
2. Meyve suyu kutuları on kişimli paketleneyecektir. Buna göre en uygun paketleme yöntemi sizce nasıl olmalıdır?

Mikroorganizmalar Nasıl Çoğalır?

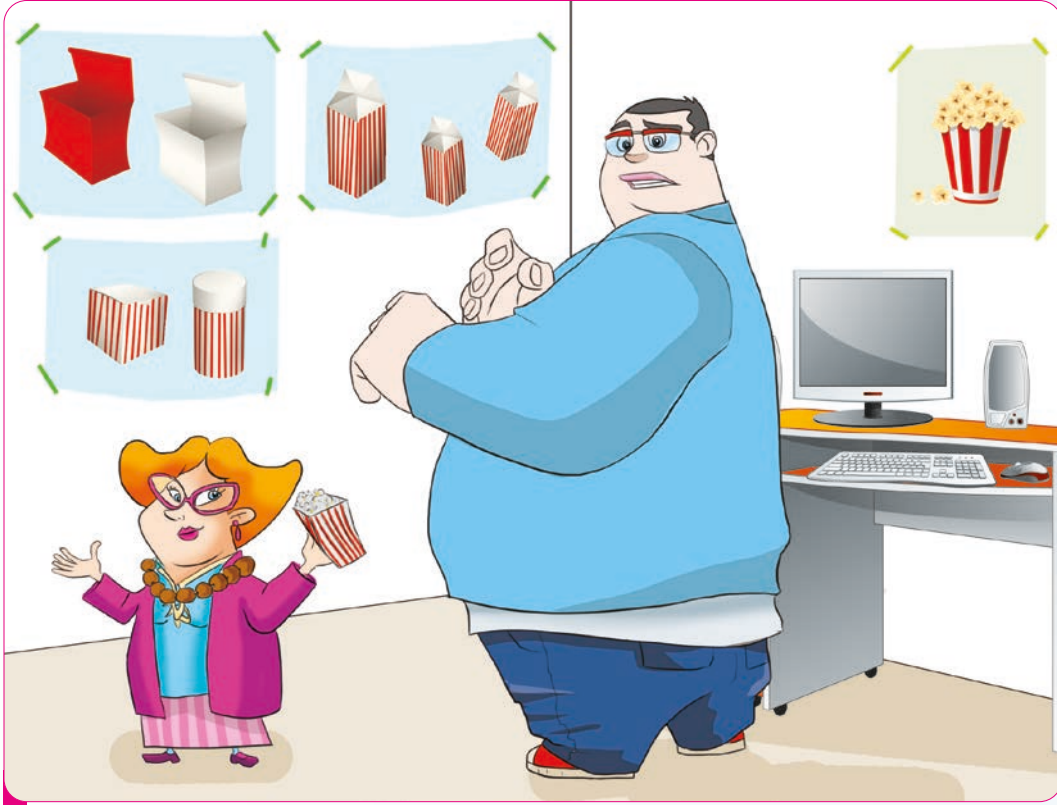


Mikroorganizmalar bitkiler ve hayvanlara göre çok hızlı şekilde ve ikiye bölünerek çoğalır. 8 dakikada sayılarını 2'ye katlayan bakteriler vardır. Buna göre 1 bakteriden 8 dk. sonra 2; 16 dk. sonra 4; 24 dk. sonra 8; 32 dk. sonra 16... olmak üzere saatler sonra milyarlarca bakteriden oluşan bir koloni üreyebilir. Ancak her bakteri bu kadar hızlı çoğalamaz. Örneğin, gıdalarda çoğalan bakterilerin birçoğu için 1 adetten 1 milyon adete çıkma süresi 7-8 saat kadardır. Kuşkusuz başlangıç sayısı ne kadar fazla ise belirli bir sayıya, örneğin 1 milyona ulaşma süresi de o kadar kısaldır. Bir bakterinin ideal sıcaklık, su, asitlik, oksijen durumunda ve yeterli besin maddesi varlığında ikiye bölünme süresinin 24 dk. olduğunu varsayalım. Buna göre 1 bakteri 8 saat sonra 1 milyondan fazla (1.048.576) bakterinin bulunduğu bir koloniye dönüşecektir. Aynı bakteriden başlangıçta 1 adet değil de 16 adet olursa aynı sayıya ulaşması için gereken süre bu kez yaklaşık 6,5 saate düşecektir.

Bakteri popülasyonunda meydana gelen her bölünmeye "kuşak" ve iki kuşak arasında geçen zamana da "kuşak süresi" adı verilir.

Bir araştırmacı çeşitli bakterileri sınıflandırmak ve özelliklerini belirlemek istiyor. Bu kapsamda farklı bakterilerin kuşak sürelerini ve kuşak sayılarını bulması gerekiyor. Laboratuvar ortamında belirli sayıda bakteriyi aynı koşullarda bir süre bekletip bu süre sonunda kaç tane olduklarını belirleyebiliyor. Bakterilerin kuşak sayısını ve kuşak süresini hesaplayabilmek için bu araştırmacıya kullanabileceği bir yöntem öneriniz. Yönteminizin matematiksel olarak doğru sonuç verdiği konusunda araştırmacıyı ikna etmelisiniz.

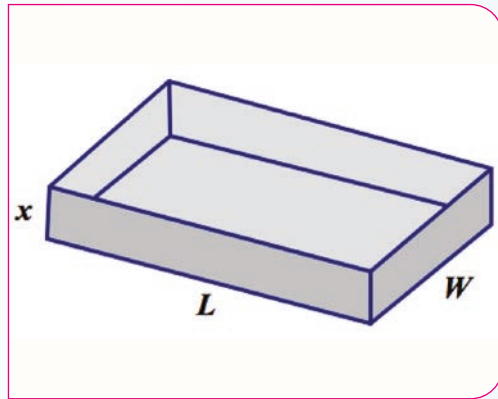
Patlamış Mısır Kutusu



Tamer, kâğıt ve ambalaj sektöründe faaliyet gösteren bir firmada ürün tasarımcısı olarak işe başlamıştır. Firma, kese kağıdı, pasta kutuları, pizza kutuları başta olmak üzere özel sipariş üzerine her tür ambalajı da üretmektedir. Bir sinema işletmecisi, özel tasarım bir patlamış mısır kutusu imal etmesi için firmaya başvurmuştur.

Firma yetkilileri Tamer'den 48×24 boyutundaki dikdörtgen şeklindeki karton levhalardan, en fazla mısır alma kapasitesine sahip olan bir kutu tasarlamasını istemektedir. Yandaki şekilde kutunun nasıl tasarlanacağına ilişkin teknik bilgiler verilmektedir.

Sizin göreviniz Tamer'e istenilen özelliklere sahip bir patlamış mısır kutusunu nasıl tasarlayacağına ilişkin bir yöntem sunmaktır. Mısır dolu kutuların gerektiğinde üst üste muhafaza edilebilmesi için mısırların kutulara silme doldurulacağı da göz önünde bulundurulmalıdır.



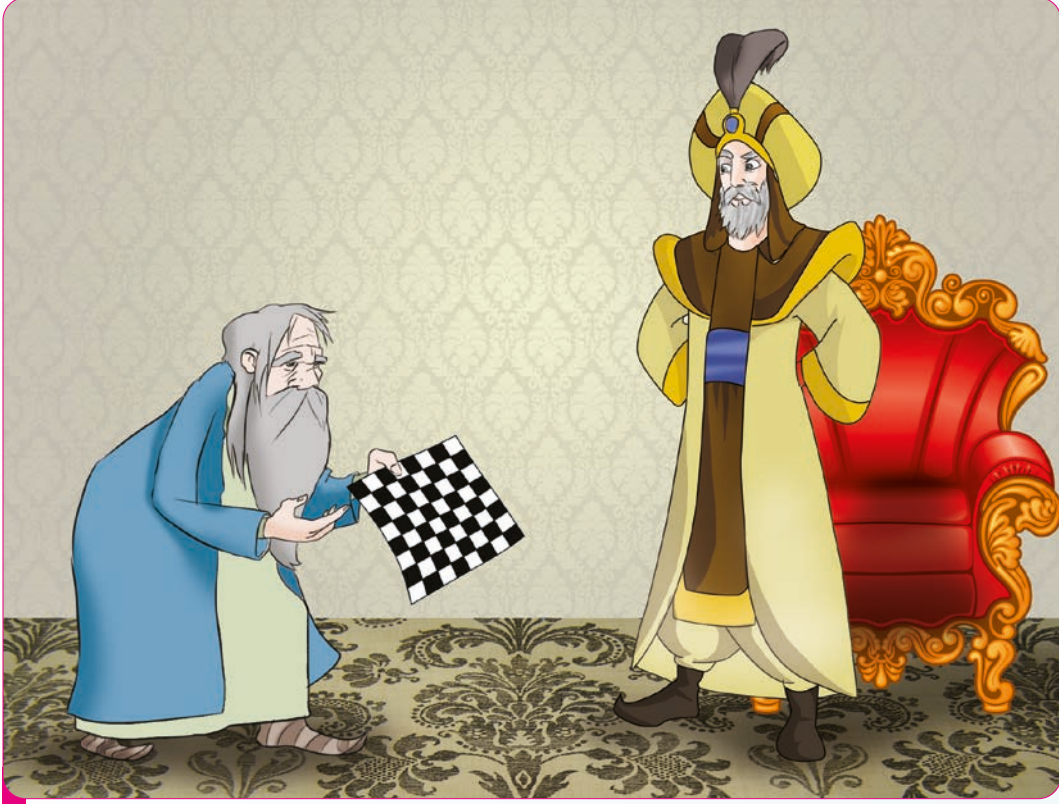
Sarkaçlı Saati Nasıl Tamir Edelim?



Antika saat satıcılığı yapan saatçi Önder usta, sarkaçlı saatlerden birinin diğer saatlere göre geri kaldığını fark etti. Bu saati tamir etmesi için işe yeni aldığı çırağını görevlendirdi. Çırak, saati dikkatle incelediğinde saatin sarkacının olması gerektiğinden yavaş salındığını gördü. Sarkacın sağa ve sola tam bir gidiş-geliş süresi (yani periyodu) 1,5 saniyeydi.

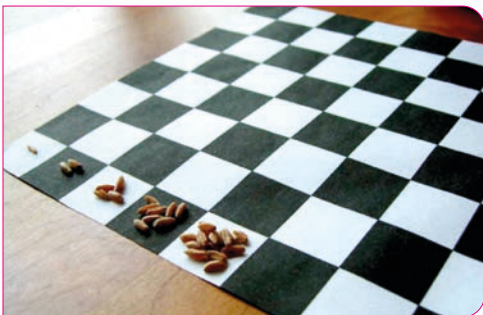
Çırak, saatin düzgün çalışması için sarkacın gidiş-geliş süresinin 1 sn. olması gerektiğini biliyor. Ancak bunu saatin devresiyle oynamadan tamir etmek istiyor çünkü devrelerle ilgili yeterli bilgisi yok. Sizin göreviniz çırağa saati nasıl tamir edebileceğine yönelik bir yöntem sunmak.

Satranç Tahtası



Bir hikâyeye göre, satrancı icat eden ve bunu yörenin sultanına sunan kişiye sultan mükâfat olarak ağırlığınca altın vermeyi teklif eder. Mucit ise sultandan mükâfat olarak farklı bir istekte bulunur. Satranç tahtasının ilk karesinde 1, ikinci karesinde 2, üçüncü karesinde 4, dördüncü karesinde 8, ... buğday tanesi olacak şekilde satranç tahtasındaki tüm karelere karşılık gelecek buğday tanelerinin toplamı kadar kendisine buğday verilmesini ister. Sultan, mucidin bu isteğinin kendi teklifine kıyasla çok küçük bir istek olduğunu düşünür. Ancak yine de emin olmak için en güvendiği vezirine sorar. Siz sultanın veziri olsaydınız, mucidin bu isteğini kabul edip etmeme konusunda sultana ne önerirdiniz? Mucidin isteğini karşılayacak buğday miktarı yaklaşık olarak ne kadardır?

(Not: En düşük kalite buğdayın 1.000 tanesi yaklaşık 12,7 g gelmektedir.)



Süt İneklerinin Dengeli Beslenmesi



Süt sığırcılığı işletmelerinde süt üretim maliyetinin büyük bir kısmını yem giderleri oluşturmaktadır. Bu nedenle, kârlı bir süt işletmeciliği için ucuz ve kaliteli yem temini önemlidir. Yetiştiricilerin ineklerin sindirim sistemlerini bilmeleri ve buna göre yemleme yapmaları gereklidir. Hayvanların günlük besin madde ihtiyaçları ve kullanılacak yem maddeleri de yetiştiriciler tarafından bilinmelidir. Süt sığırcılığı yapılan bir çiftlikte öğütülmüş mısır ve soya fasulyesi karıştırılarak yapılan özel yemden günlük en az 1200 kg kullanılmaktadır. Tablo 1’de, yemi yaparken kullanılan mısır ve soya fasulyesinin bileşimindeki besin öğeleri ve bunların maliyetleri gösterilmektedir.

Tablo 1. Yem yapılırken kullanılan mısır ve soya fasulyesinin bileşimindeki besin öğeleri ve bunların maliyetleri

	Besin ögesi (%)		Maliyeti(TL/kg)
	Protein	Lif	
Mısır	%12	%5	1
Soya fasulyesi	%50	%12	2

Çiftlikteki hayvanların günlük besin ihtiyaçlarının karşılanabilmesi ve süt verimliliği için kullanılan yemdeki protein oranının en az %25, lif oranının da en çok %8 olması önerilmektedir. Yem giderlerini en aza indirmek isteyen çiftlik sahibine, yemi yaparken ne kadar mısır ve ne kadar soya fasulyesi kullanması gerektiği konusunda ne tavsiye edersiniz? Çözümünüz çiftlik sahibinin anlayabileceği açıklıkta ve ikna edicilikte olmalıdır.

Aman Petrol, Canım Petrol...



Dünyanın en pahalı benzini Türkiye'den yeni bir rekor...

DÖRT lirayı geçen litre fiyatıyla Türkiye en pahalı benzin kullanan ülke rekorunu bir kez daha kırdı.

Benzinin litre fiyatı son gelen zamlarla birlikte 4 lirayı geçti ve haliyle depoları, doldurma maliyeti de bir o kadar artmaya başladı. Hemen her hafta iki üç kere zam yapılan benzin fiyatlarındaki artışa tüketiciler tepki gösterdikçe ekonomi kurmayları da her seferinde dünyada artan petrol fiyatlarını örnek göstererek cevap verdi. Son yapılan zammın gerekçesi de, petrol fiyatlarının dünyada son 25 ayın en yüksek seviyesine ulaşmış olmasıdır. Enerji ve Tabii Kaynaklar Bakanı, bu zammı aynı gerekçe ile savunurken, **“Petrolde dışa bağımlılık oldukça petrol fiyatlarındaki yükselişlerden etkilenmemek de kaçınılmaz.”** dedi.

Petrol ve doğal gaz; dünyadaki gelişmişlik, ekonomi, sanayileşme, refah düzeyi, teknoloji, siyasi istikrar ve politika gibi kavramlarla iç içe geçmiş ve günümüz dünyasında da birincil enerji kaynakları olarak peşinden koşulan stratejik maddeler haline gelmiştir.

Ülkemizin önümüzdeki 11 yıl içerisindeki toplam petrol ve doğal gaz faturası yaklaşık 500 milyar Amerikan Doları civarında olacağı öngörülmektedir. Sadece bu rakamın büyüklüğü bile petrol ve doğalgaz arama-üretim çalışmalarının aksatılmadan ve arttırılarak sürdürülmesi için yeterli bir nedendir.

Büyük ümitler taşıdığımız arama alanlarından en önemlisi Karadeniz'dir. Petrol ve doğal gaz fiyatlarındaki artış, gelişen teknolojiye paralel olarak azalan üretim maliyetleri, Karadeniz Havzası'nı petrol şirketlerinin ilgi odağı haline getirmiştir.

Karadeniz'de son yıllarda yapılan sondaj öncesi arama çalışmaları neticesinde Türkiye'nin 40 yıllık ihtiyacına yetebilecek rezervlerin olabileceği tespit edilmiştir. Türkiye Petrolleri Anonim Ortaklığı (TPAO) şu anda Karadeniz'de büyük bir alan üzerinde çalışmaktadır. Uzmanlar çalışmaların sonucunda bu bölgede petrol bulunma olasılığının %50 olduğunu belirtiyorlar. TPAO'nun önünde iki seçenek vardır: petrol için sondaj yapabilir ya da bu alanı satıp gelir elde edebilir.

Fakat bu tespite göre petrolün çıkıp çıkmama ihtimali yarı yarıyadır. Eğer TPAO sondaj yapar ve petrol bulursa 100.064.000 TL kâr edecek, eğer arazide petrol bulunamazsa sondaj masraflarından dolayı 15.200.000 TL zarar edecektir. Arazide petrol çıkıp çıkmamasına bakmaksızın araziye satarsa, arazi bedeli olarak 10.680.000 TL kazanacaktır.

TPAO'nun sizden istediği, bu arazide sondaj yapmak ya da araziye satmak konusunda yol gösterecek bir yöntem geliştirmeniz ve bunu detaylı olarak açıklamanızdır. Ama unutmalısınız ki oluşturduğunuz yöntem sadece bu arazi için değil, ileride keşfedilebilecek diğer araziler için de uygulanabilir olmalıdır.

Ücretsiz Lunapark Treni

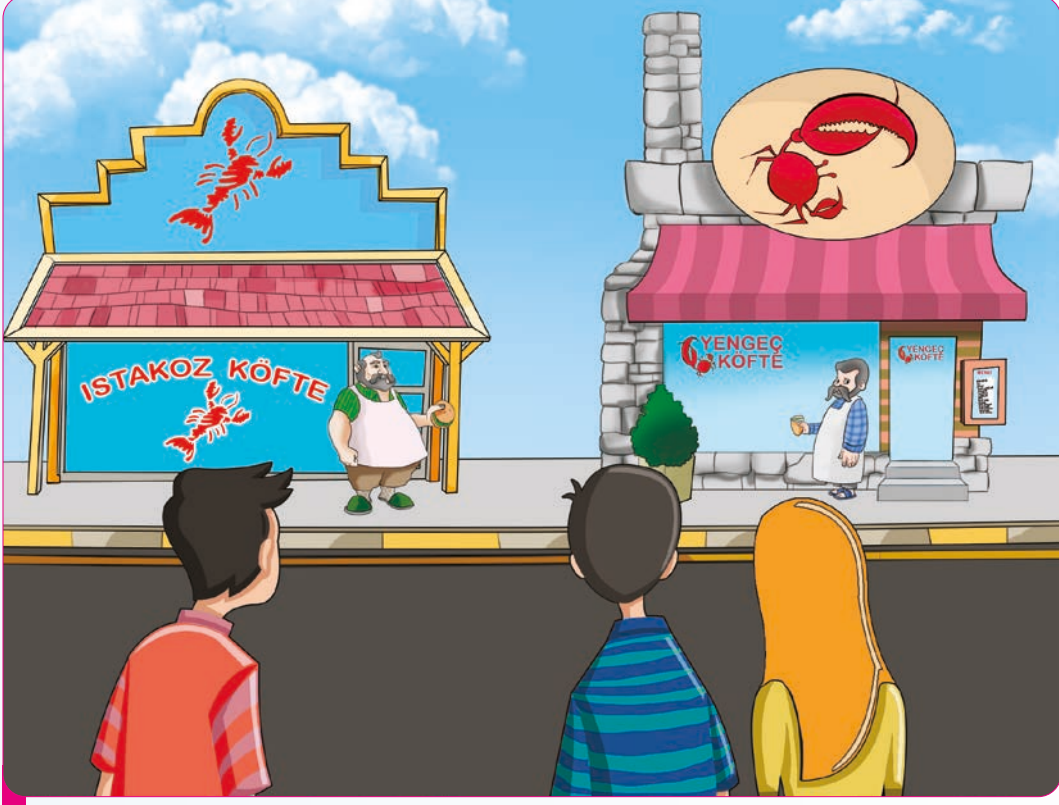


Ankara'da yeni kurulacak olan bir eğlence parkında yer alması düşünülen lunapark tren yolunun mesafeye göre yüksekliğini gösteren tasarımı için bir yarışma açılacaktır. Bu yarışmayı kazanana ömür boyu ücretsiz biniş hakkı verileceği tüm basın-yayın organlarında duyurulmuştur.

Yarışmayı kazanma kriteri, tasarımın trene binen yolcuları çok korkutup heyecanlandıracak kadar eğimli, fakat aynı zamanda onları sağ salım geri getirecek kadar da güvenli olmasına bağlıdır. Yolcuların heyecanlanması bu yolun yukarı ve aşağı doğru ani ve keskin değişimlerle harekete imkan vermesine bağlıyken, güvenlik kurallarına göre, yolun eğiminin mutlak değeri 5,67'den fazla olmamalıdır.

Siz de bu yarışmaya, bir grup mühendisle birlikte kendi tasarımınızla katılmak istiyorsunuz. Zamandan tasarruf etmek amacıyla ücretli gruplar halinde çalışmanız gerekmektedir. Her grup, bu yolun bir parçasını tasarlayacak, daha sonra bu parçalar birleştirilerek uzun bir yol elde edilecek. Sizin de içinde bulunduğunuz grup, bu eğimli demiryolunun sadece inişleri ve çıkışları olan fakat virajı olmayan; başlangıç noktasının yüksekliği 6 m, bitiş yüksekliği ise 9 m olan 100 m mesafelik bir bölümünü tasarlayacak. Sizden bu yolu en az üç yerde aşağı doğru ani iniş içerecek şekilde tasarlamanız ve yolun hangi bölümlerinde heyecanın arttığını, hangi bölümlerinde azaldığını içeren bir rapor hazırlamanız beklenmektedir.

Köfte Savaşları



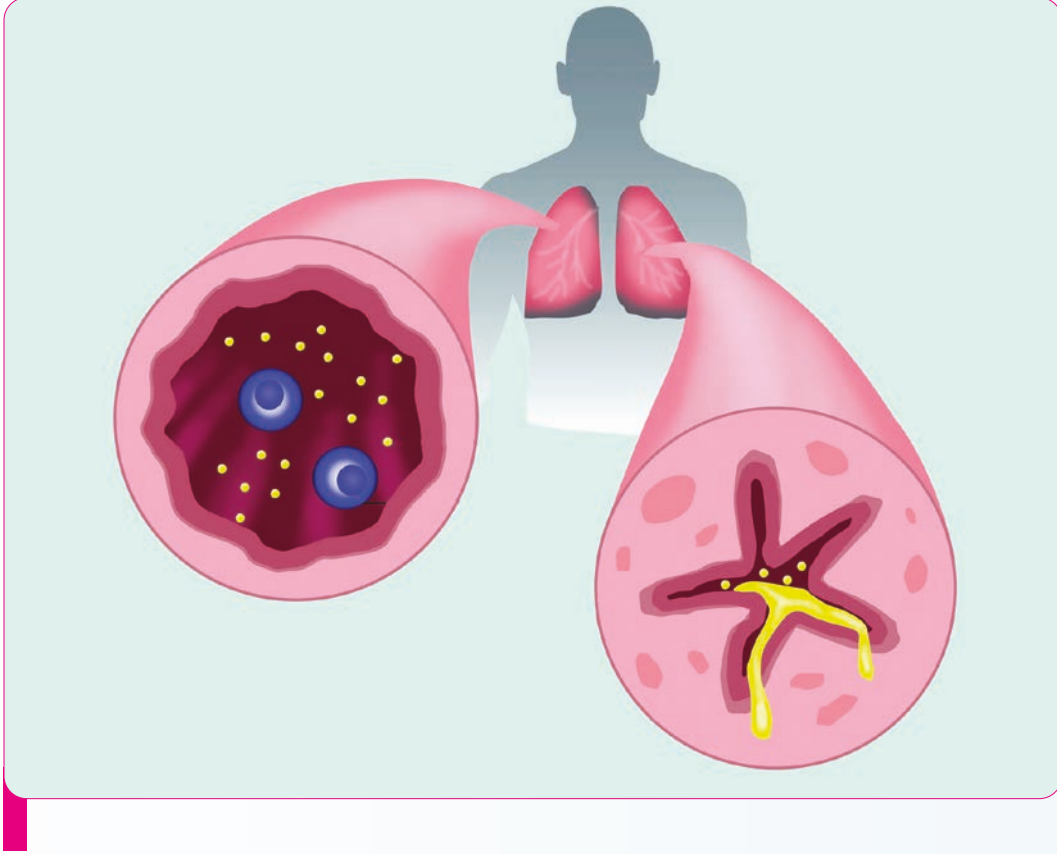
Canınız köfte yemek istedi. Bulunduğunuz semtte iki tane köfteci var: Yengeç Köfte ve Istakoz Köfte.

İki firma da bulundukları semtte en çok tercih edilen köfteci olmak istiyor. Bu amaçla da tanıtım yapmak için bedava köfte dağıtmaya başlıyorlar. Hepsi kırmızı etten yapılan bu köfteler soğanlı ve soğansız olarak hazırlanabilmektedir.

- Her iki restoran bütün köfteleri soğanlı dağıttıklarında Yengeç Köfte'nin satışları haftada 200 TL artarken, Istakoz Köfte'ninki 200 TL azalıyor.
- Eğer Istakoz Köfte soğanlı, Yengeç Köfte soğansız köfte dağıtırsa, Istakoz Köfte'nin satışları haftada 240 TL artarken, Yengeç Köfte'ninki ise 240 TL azalıyor.
- Eğer Istakoz Köfte soğansız, Yengeç Köfte soğanlı köfte dağıtırsa, Istakoz Köfte'nin satışları haftada 300 TL artıyor, Yengeç Köfte'ninki ise 300 TL azalıyor.
- Eğer iki köfteci de soğansız köfte dağıtırsa Istakoz Köfte'nin satışları haftada 400 TL artarken, Yengeç Köfte'nin satışları haftada 400 TL azalıyor.

Bu tanıtımın olumlu sonuç verdiğini gören köfteciler kampanyaya devam etmeye karar veriyorlar. Sizden istenen her bir köfteci için en iyi dağıtım stratejisini bulmanız ve bu stratejilerin neden en iyi stratejiler olduğunu detaylı bir şekilde açıklammanızdır.

Hastanız İlacı Nasıl Kullansın?



Astım hastaları, ciğerlerindeki hava yollarının daralması nedeniyle nefes almakta zorluk çekerler. Bu durum, kana *teofilin* adlı maddenin verilmesiyle hafifletilebilmektedir. Bu madde vücuda verildiğinde, vücuttan böbrekler yardımıyla atılmaktadır. Dolayısıyla bu madde vücuda yeniden verilmediği takdirde, ilacın kandaki seviyesi düşmektedir. Deneyler, *teofilin*'in kandaki seviyesinin 5 mg/l'nin altında olması durumunda herhangi bir iyileştirici etkisinin olmadığını, 20 mg/l'nin üzerine çıktığında ise vücuda zararlı etkisi olduğunu göstermiştir.

DeneySEL ölçümlerde *teofilin* belirli bir dozda hastaya verilerek, tüm kan dolaşımına yayılması için bir süre beklenmektedir. Hastadan daha sonra belirli aralıklarla kan örneği alınarak, kandaki *teofilin* seviyesinin ölçümü yapılmaktadır. Aşağıdaki tabloda böyle bir deneyden elde edilen veriler görülmektedir.

Tablo 1. Kandaki teofilin seviyesinin zamana göre değişimi (50 kg ağırlığında bir hasta ve 300 mg'lık ilk doz için)

Kandaki Konsantrasyon (mg/l)	Zaman (sa.)
12	0
10	1
7,0	3
5,0	5
3,5	7
2,5	9
2	11
1,5	13
1,0	15
0,7	17
0,5	19

Başka bir deneysel çalışma ise hastanın kütlesiyle (W kilogram), hacmi (V litre) arasında $V = \frac{1}{2}W$ şeklinde bir ilişki olduğunu göstermektedir. Buna göre, *teofilin*'in başlangıç konsantrasyonunu (derişimini) sağlayacak doz, hastanın kütlesi yardımıyla bulunabilir. Örneğin, kütlesi 50 kg olan bir hastada 12 mg/l başlangıç konsantrasyonu sağlamak için verilecek *teofilin* dozu (D):

$$\frac{D}{V} = 12 \Rightarrow D = 12V = 6W = 300 \text{ mg bulunur.}$$

İlaç seviyesinin kanda tedavi edici aralıkta ve istenilen konsantrasyonda kalmasını sağlamak için bir dizi enjeksiyon yapmak gerekmektedir. İlacın böbreklerden atılma miktarının, vücuttaki ilaç miktarıyla orantılı olduğu biliniyor. Siz doktor olsaydınız, ilacın tedavi edici düzeyde kalması için 50 kg ağırlığındaki bir hastaya ilacı kaç saatte bir ve ne kadar almasını tavsiye ederiniz?

(Yol gösterme: Herhangi bir t zamanında, ilacın kandaki konsantrasyonu olan $c(t)$ 'yi veren bir fonksiyon bulunuz. Bulduğunuz fonksiyonun yukarıda verilerle ne kadar uyumlu olduğunu test ediniz.)

Posta Sorunu



PTT'nin kayıtsız posta gönderi hizmetleri çerçevesinde KÜÇÜK PAKET posta gönderile-ri için belirlemiş olduğu boyut sınırları aşağıdaki gibidir:

Son ağırlık: 2 kg

Boyutlar:

En çok: En büyük boyu 60 cm'yi geçmemek üzere uzunluğu, genişliği ve kalınlığı toplamı 90 cm.

En az: Boyutları 2 mm'lik toleransla 14×9 cm'den aşağı olamaz.

Kabul edilebilecek en büyük hacimli KÜÇÜK PAKET gönderisinin şekli ve boyutlarını merak eden ancak işin içinden çıkamayan bir PTT görevlisine yardımcı olmanız beklenmektedir. Buna göre;

1. PTT'nin belirlediği boyut sınırlarına uygun en büyük hacimli KÜÇÜK PAKET posta gönderisinin şeklini ve boyutlarını belirleyerek çözümünüzü görevlinin anlayacağı bir şekilde açıklayınız.
2. Tomar (*"Dürümlere boru-silindir biçimi verilmiş deriler veya kâğıtlar."* TDK) şeklindeki gönderiler de düşünülerek boyut sınırları aşağıdaki gibi genişletilirse çözümünüz ne şekilde değişir?

En çok: En büyük boyu 60 cm'yi geçmemek üzere uzunluğu, genişliği ve kalınlığı toplamı 90 cm.

Tomar halinde en büyük boyu 90 cm'yi geçmemek üzere uzunluğu ve iki defa çapı toplamı 104 cm.

En az: Boyutları 2 mm'lik toleransla 14×9 cm'den aşağı olamaz.

Tomar halinde en büyük boyu 10 cm'den aşağı olmamak üzere uzunluğu ve iki defa çapı toplamı 17 cm.

Üretim Hatası



Şekildeki gibi şifreli asma kilitlerin üretildiği fabrikanın kalite kontrol bölümünde çalışan bir görevli, kontrol sonucu üretim hatası bulunan kilitlerin seri numaralarını aşağıdaki gibi not almış. Bu sayılar arasında bir ilişki olduğunu düşünen ancak bu ilişkinin ne olduğunu bulamayan görevli, fabrikanın üretimden sorumlu mühendisi olan size başvurdu.

1. Görevlinin haklı olabileceğini düşünerek hatalı seri numaralarından oluşan sayı dizisi üzerinde çalışıp başka hangi seri numaralı kilitlerde üretim hatası olabileceğini tahmin etmeye yarayacak bir yöntem geliştiriniz.
2. Bu yöntemin doğruluğunu test etmek için üretim hatası olması muhtemel sonraki 3 seriyi bulunuz.
3. Fabrikanın üretim bantlarını yeniden yapılandırmasına gerek olup olmayacağına karar vermek için ilk 50.000 seriden kaçının hatalı üretim olabileceğini tahmin ediniz.

Fabrika yönetimine iletmek üzere yukarıdaki sorulara cevaplar içeren kısa ve açık bir rapor hazırlayınız.

Hatalı seriler

50, 137, 211,
289, 374, 443,
540, 610

BÖLÜM/3 ÖRNEK ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI

Banka Soygunu: Örnek Çözüm Yaklaşımı

p, q ve r aşağıdaki şekilde tanımlanmış önermeler olsun.

p : "Ahmet suçludur."

q : "Burak suçludur."

r : "Cem suçludur."

Bu önermeleri kullanarak sorgu tutanaklarındaki bilgiler aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

(1) $p' \Rightarrow (q \wedge r)$ [Eğer Ahmet suçsuzsa, hem Burak hem Cem suçludur.]

(2) $q' \vee r'$ [Ya Burak ya da Cem suçsuzdur.]

(3) $p' \vee q$ [Ya Ahmet suçsuzdur, ya Burak suçludur.]

Doğru önerme 1, yanlış önerme 0 ile ifade edilerek, (1), (2) ve (3) bileşik önermelerinin doğruluk tablosu aşağıdaki gibi elde edilir.

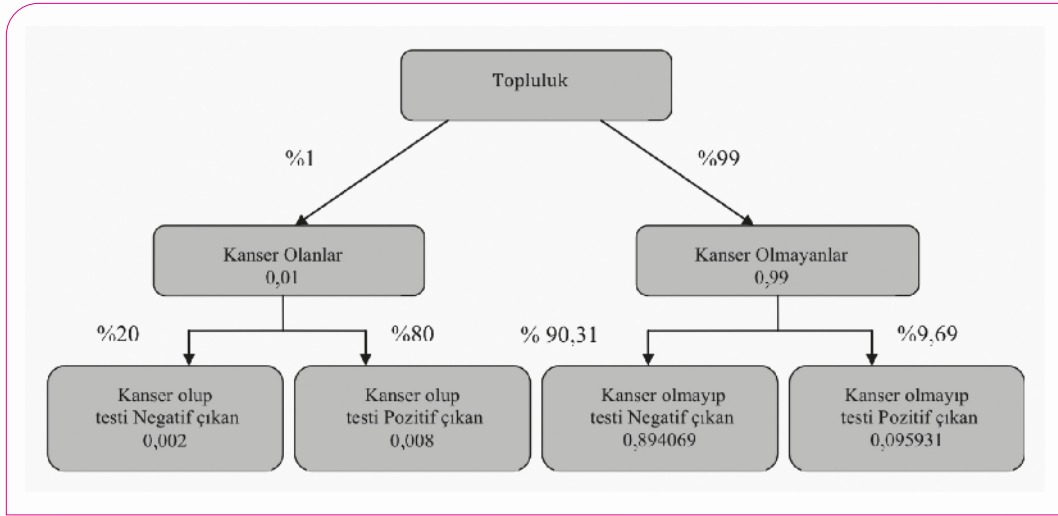
p	q	r	p'	q'	r'	$q \wedge r$	$p' \Rightarrow (q \wedge r)$	$q' \vee r'$	$p' \vee q$
1	1	1	0	0	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1	0	0	1	1

Doğruluk tablosuna göre yukarıda verilen üç ifadenin de doğru (1) olduğu ikinci satır sonucu verir. Bu durumda $p:1, q:1$ ve $r:0$ olarak bulunur.

Sonuç olarak Ahmet ve Burak suçlu, Cem suçsuzdur.

Gerçekten Kanser mi Değil mi?: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Sorunun çözümünün daha anlaşılır olması için aşağıdaki diyagramı oluşturalım. Verilere göre kırk yaşında rutin mamografi testi yaptıran kadınların %1'i meme kanseri; %99'u değil. %1'deki kanser hastalarının mamografi testlerinin %80'i pozitif sonuç verir.



Yani kanser olup testin pozitif çıkma olasılığı:

$$\frac{1}{100} \cdot \frac{80}{100} = \frac{8}{1000} = 0,008$$

olur. Diğer taraftan kanser olmayanlarda (yani %99'unda) bu testin %9,69 oranında pozitif sonuç verme olasılığı dikkate alınırsa, kanser olmayıp testin pozitif çıkma olasılığı:

$$\frac{99}{100} \cdot \frac{9,69}{100} = \frac{9,5931}{100} = 0,095931$$

olur. Bayes kuralı derki; $P(A/B)$, B olayı bilindiğine göre A olayının gerçekleşme olasılığı ise,

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A/B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)} \text{ dir.}$$

Bizim sorumuzda A olayı “meme kanseri olma olasılığı”, B olayı ise “test sonucun pozitif olduğunun bilinmesi” dir.

Hem kanser hem de pozitif olanların sayısı:

$$s(A \cap B) = 0,008. \text{ (Diyagramda soldan ikinci)}$$

Testin pozitif sonuç verme durumlarının tümü:

$$s(B) = 0,008 + 0,095931 = 0,103931 \text{ (diyagramda soldan ikinci ve dördüncü)}$$

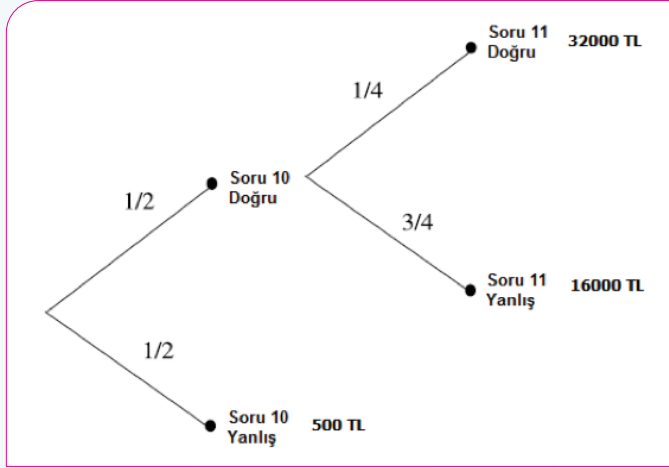
bulunur. O halde istenen olasılık:

$$P(A/B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)} = \frac{0,008}{0,103931} = 0,0769... \approx 0,077 = \%7,7$$

olacaktır. Diğer bir deyişle testi pozitif çıkan bir kadının gerçekten meme kanseri olma olasılığı %7,7'dir. Güvenirliliği %80 olan bir testi yaptıran bir kadının test sonucu pozitif ise gerçekten meme kanseri olma ihtimalinin %7,7 olması beklenen bir sonuç değildir. Böyle bir hesaplama (Bayes kuralı) aslında birçok bilim dalında (AIDS vb. testler) istatistiksel hesaplamalarda kullanılmaktadır.

Kim 500 Milyar İster? Örnek Çözüm Yaklaşımı

1. *Durum:* Problemden verilen durumu aşağıdaki gibi bir ağaç diyagramı ile ifade edebiliriz.



Soru	Kazanılan Ödül
1	50 TL
2	100 TL
3	200 TL
4	300 TL
5	500 TL (Garantili)
6	1000 TL
7	2000 TL
8	4000 TL
9	8000 TL
10	16 Bin TL (Garantili)
11	32 Bin TL
12	64 Bin TL
13	125 Bin TL
14	250 Bin TL
15	500 Bin TL

$$\begin{aligned}
 \text{Beklenen Değer (Ağırlıklı ortalama)} &= \frac{1}{2} \cdot 500 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 32000 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 16000 \\
 &= 250 + 4000 + 6000 \\
 &= 10250
 \end{aligned}$$

Burada 11. soruya kadar beklenen değer hesaplandı. Yarışmacının, 11. sorudan sonrası için de yarışmaya devam edeceği düşünülürse bu beklenen değer daha da büyüyecektir. Dolayısıyla, matematiksel olarak yarışmacının 9. soruya kadar (dahil) kazandığı para $8.000 < 10.250$ olduğundan yarışmacı, yarışmaya devam etmelidir.

2. *Durum:* 15 soruyu da doğru cevaplama olasılığı (joker kullanmadan) =

$$(1)(1)(1)(1)(1)(0,9)(0,8)(0,7)(0,6)(0,5)(0,4)(0,4)(0,3)(0,3)(0,3) = 0,0065 = 1/1.531$$

Burada ilk 5 sorunun basit, diğer soruların zorluk düzeyinin giderek arttığını düşündük.

15 soruyu da doğru cevaplama olasılığı (joker kullanarak) =

$$(1)(1)(1)(1)(1)(0,9)(0,8)(0,7)(0,6)(1)(0,4)(0,4)(0,3)(0,5)(1) = 0,0073 = 1/138$$

Burada yarışmacının jokerleri önemli noktalarda kullandığını düşündük (10, 14 ve 15. sorular).

3. *Durum:* Hızlı parmak yarışması

Sıralama 24 (4.3.2.1) farklı şekilde yapılabilir (1/24 olasılıkla).

Şıklardan birinin yerini doğru biliyorsak: Sıralama 6 (3.2.1) farklı şekilde yapılabilir. (1/6 olasılıkla)
İkisinin yerini doğru biliyorsak: Sıralama 2 (2.1) farklı şekilde yapılabilir (1/2 olasılıkla).

Bu durumda, yarışmacının doğru sıralamayı düşünerek vakit kaybetmesinden rastgele bir seçim yapması daha mantıklıdır.

Antik Çağ Kalıntıları: Örnek Çözüm Yaklaşımı

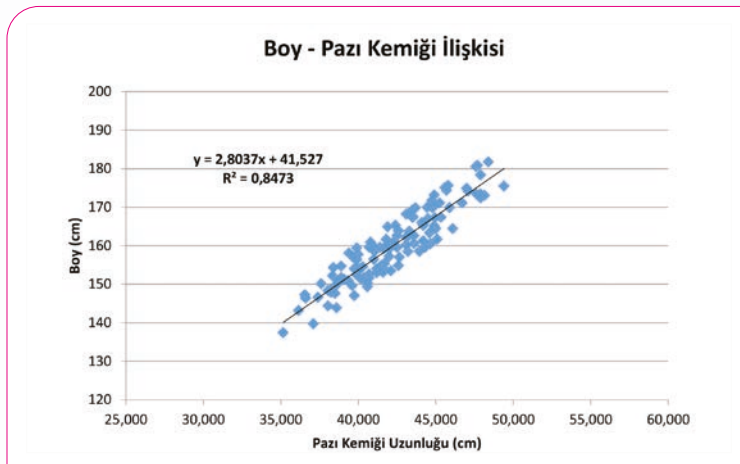
Problemde Tablo 1’de verilen değerlere göre öğrencilerin Boy (B) bağımlı değişkenini diğer bağımsız değişkenler (C, D, E ve F) cinsinden ifade eden doğrusal fonksiyonların ($Y=aX+b$) elde edilmesi çözüm için işe yarayacaktır.

MS Excel gibi bir elektronik tablo programı kullanılarak boy uzunluğunu (B) en iyi betimleyen kemik türüyle doğrusal fonksiyon ($B=aF+b$) elde edilir. Bunun için bir elektronik tablo programının (örn. MS Excel) grafik çizme fonksiyonu kullanılarak boy uzunluğu ile diğer kemik türlerinin her biri için serpm (saçılma) grafiği çizdirilir. Bu grafiklerin gösterdiği veriye en iyi uyan doğrusal fonksiyon, örneğin MS Excel’de, eğri uydurma özelliği “Eğilim Çizgisi Ekle” (Add Trendline) aracı yardımıyla kolaylıkla bulunabilir. Eğilim çizgisi denklemiyle birlikte otomatik olarak hesaplanan R^2 ifadesi bir uyum indeksi olup bu değer 1’e ne kadar yakınsa, bu problem bağlamında çözümünüz için kullanacağınız kemik türü de o kadar gerçeğe yakın sonuç verebilir demektir.

E sütunu pazı kemik ölçümlerini göstermektedir. Buna göre aşağıdaki tablo oluşturulabilir.

Pazı Kemiği (cm)	39,6	41,0	43,2	44,6	47,9	...
Boy (cm)	150	159	161	163	173	...

Bu verilerin serpm (saçılma) grafiği aşağıdaki gibi oluşur. Bu verileri modelleyen eğilim çizgisinin denklemi ise aradığımız doğrusal fonksiyonu verir.



Buradan pazı kemiği uzunluğuna bağlı boy fonksiyonu $B=2,8P+41,53$ olarak elde edilir. Bu fonksiyonun R^2 değeri 0,84’tür. Ön kol kemiği için elde edilecek fonksiyon ise $B=3,92K+68,70$ olup bunun R^2 değeri 0,63’tür Bu değer pazı kemiği için olan regresyonun R^2 değerinden küçüktür. Bu nedenle pazı kemiği için bulunan fonksiyonu boy hesaplamalarında esas almak uygun olabilir.

Diş Hekimi Randevuları: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Hastaların muayene geliş zamanları	
0-0,1	10 dk. erken
0,1-0,3	5 dk. erken
0,3-0,7	Zamanında
0,7-0,9	5 dk. geç
0,9-1	10 dk. geç

Hastaların muayene süreleri	
0-0,1	5 dk.
0,1-0,25	10 dk.
0,25-0,45	15 dk.
0,45-0,75	20 dk.
0,70-0,85	25 dk.
0,85-0,95	30 dk.
0,95-1	35 dk.

Simulasyon yapılarak soruya bir çözüm üretilebilir. Microsoft Excel'de RAND() fonksiyonuyla (0-1) aralığında rastgele sayılar seçilerek aşağıdaki tablo oluşturulur. Yukarıdaki tabloda ortalama muayene süresinin 20 dakikaya yakın olduğu görülmektedir.

$$(0,1 \times 5) + (0,15 \times 10) + (0,2 \times 15) + (0,3 \times 20) + (0,15 \times 25) + (0,1 \times 30) + (0,05 \times 35) = 19,5 \text{ dk.}$$

Randevuların 10 dakikada bir verildiğini düşünelim.

R: Randevu; M: Muayene; B: Bekleme

Hasta	R. Saati	R. Geliş -Excel	R. Geliş Saati	M. Giriş Sırası	M. Süresi -Excel	M. Süresi (dk.)	M. Giriş Saati	M. Çıkış Saati	B. Süresi
A	09:00	0,80	09:05	A	0,4028	15	09:05	09:20	0
B	09:10	0,96	09:20	B	0,1862	10	09:20	09:30	0
C	09:20	0,95	09:30	C	0,3978	15	09:30	09:45	0
D	09:30	0,56	09:30	D	0,8785	30	09:45	10:15	15
E	09:40	0,30	09:40	E	0,7068	25	10:15	10:40	35
F	09:50	0,61	09:50	F	0,9340	30	10:40	11:20	50
G	10:00	0,48	10:00	G	0,8172	25	11:20	11:45	70
H	10:10	0,49	10:10	H	0,8514	30	11:45	12:15	95
I	10:20	0,00	10:10- Gelmedi	I	0,4910	20	-	-	-
J	10:30	0,07	10:20	J	0,5493	20	12:15	12:35	115
K	10:40	0,65	10:40	K	0,3214	15	12:35	12:50	115
L	10:50	0,16	10:45	L	0,7665	25	12:50	13:15	125
M	11:00	0,87	11:05- Gelmedi	M	0,7292	25	-	-	-
N	11:10	0,10	11:05	N	0,0202	5	13:15	13:20	130
O	11:20	0,03	11:20	O	0,9385	30	13:20	13:50	120
P	11:30	0,36	11:30	P	0,0081	5	13:50	13:55	140
R	11:40	0,04	11:30	R	0,2094	10	13:55	14:05	145
S	11:50	0,09	11:40	S	0,1392	10	14:05	14:15	145

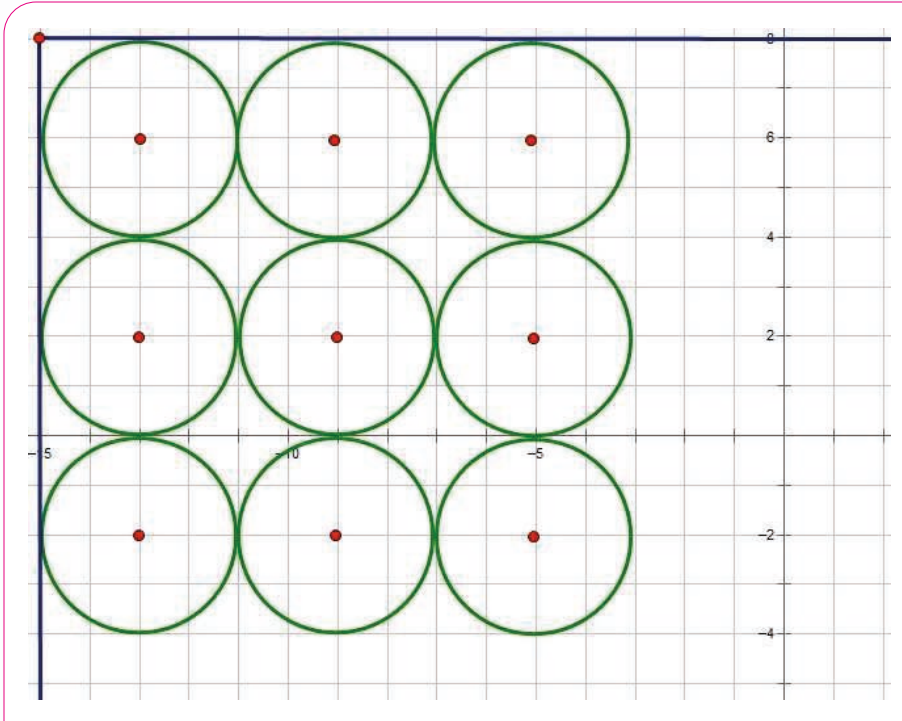
10 dakikada bir randevu verilen sistemin etkili olmadığı görülüyor. Ancak birkaç simülasyon daha yapılabilir. 10 dakikada bir randevu yerine 15, 17 ve 20 dk. gibi sayılarla yeni simülasyonlar yapıp bunların etkililiğine bakılmalıdır.

Nasıl Depolayalım? Örnek Çözüm Yaklaşımı

Sorunun çözümü için farklı şekillerde dizilimleri deneyerek daha çok sayıda konserve kutusunu mümkün olan en az maliyetle depolayabilmek gerekmektedir.

1. yöntem:

Önce, en basit şekliyle düzgün dizilim denenir. Bu şekilde bir satırdaki kutu sayısı, toplamda kaç satır olacağı, üst üste kaç sıra oluşturulacağı ve en sonunda dolabın kaç tane konserve kutusu alabileceği hesaplanır.

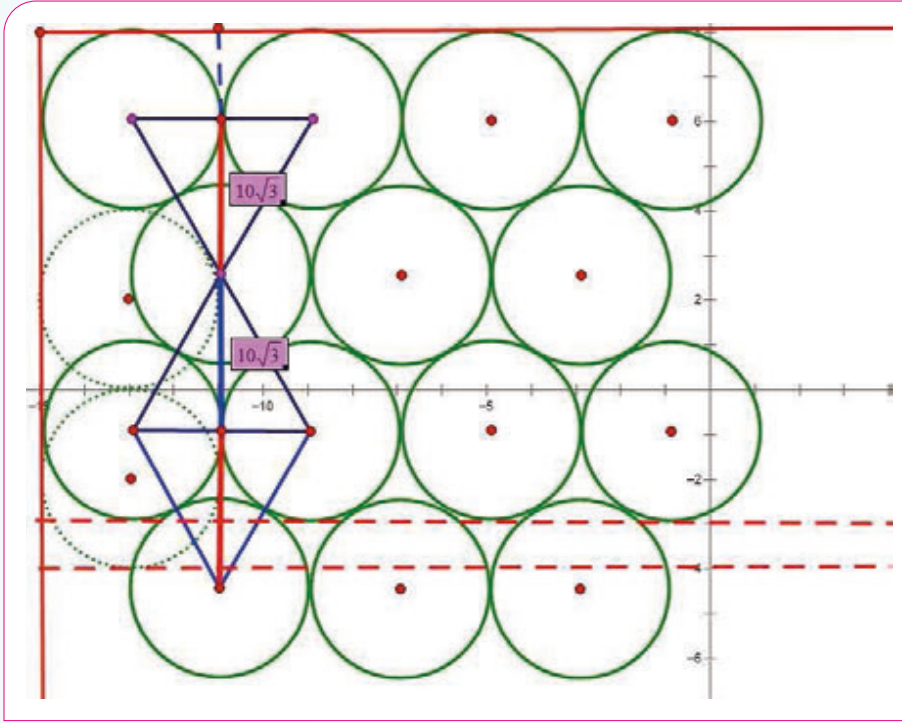


Dolap boyutları	Aylık maliyet	Bir satırdaki kutu sayısı	Satır sayısı	Sıra	Toplam	Kaç dolap gerektiği
110x110	100	5	5	3	75	3
110x220	150	11	5	3	165	2
110x330	200	16	5	3	240	1

Tablodan anlaşılacağı gibi bu dizilimle, 175 konserve kutusunu sığdırmak için üçüncü depodan bir tane kiralamak gerekiyor. Bunun maliyeti ise $200 \cdot 2 = 400$ 'dür.

2. yöntem:

Konserve kutularını sıkıştırarak dizerek dolapların kaç tane konserve kutusu alabileceğini hesaplayalım. Bunun için aşağıdaki şekli oluşturalım.



n satır sayısı olsun. Yarı çapı 10 olan dairelerin merkezlerini köşe kabul eden üçgenlerin yüksekliği $10\sqrt{3}$ olduğundan aşağıdaki eşitsizlik yazılabilir.

$$(n-1) \cdot 10\sqrt{3} + 20 \leq 110 \Rightarrow n-1 \leq 5,196 \Rightarrow n \leq 6,196 \Rightarrow n = 6$$

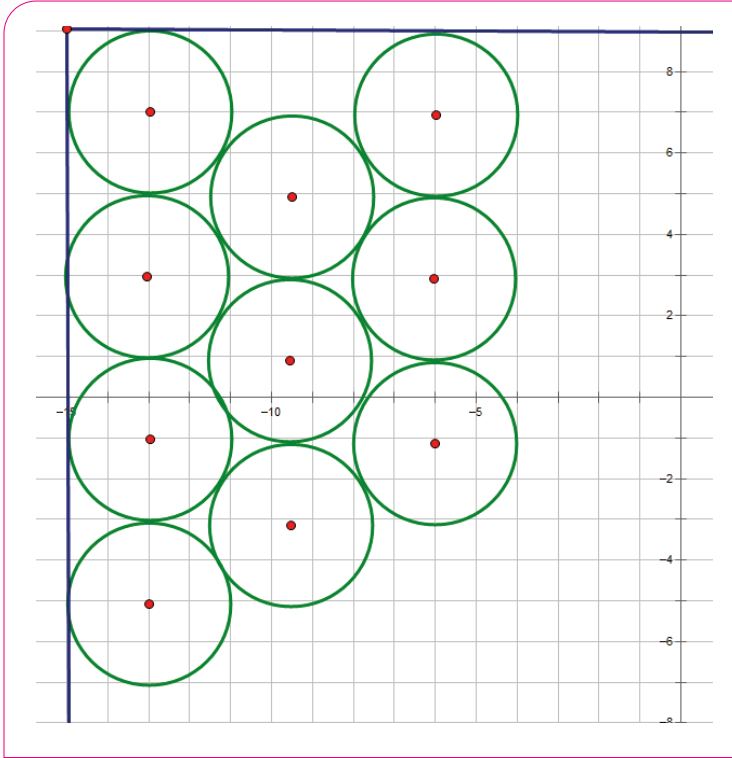
Bu dizilişte 6 sıra olmalıdır. Dolayısıyla, benzer hesaplamalarla bu dizilim için aşağıdaki tabloyu oluşturabiliriz.

Dolap boyutları	Aylık maliyet	Bir satırdaki kutu sayısı	Satır sayısı	Sıra	Toplam	Kaç dolap gerektiği
110×110	100	5	6	3	90	2
110×220	150	11/10 (Bir sırada 11, alt sırasında 10 kutu)	6 (3/3)	3	189	1
110×330	200	16	6	3	288	1

Bu durumda 2. dolaba, istenen 175 kutu yerine 189 kutu sığdırılabilir. Bunun maliyeti ise $150 \cdot 2 = 300$ TL dir.

3. yöntem:

Bu yöntem de, 2. yönteme benzemektedir. Ancak düzgün dizilime, sabit kenarlardan başlanıyor. Aşağıdaki şekli çizerek ve gerekli hesaplamaları yaparsak, bu dizilimle sağlanan kutu sayısını bulabiliriz.



$$(n-1) \cdot 10\sqrt{3} + 20 \leq 110 \Rightarrow n-1 \leq 5,196 \Rightarrow n \leq 6,196 \Rightarrow n = 6$$

sıra olmalıdır.

$$(n-1) \cdot 10\sqrt{3} + 20 \leq 220 \Rightarrow n-1 \leq 11,547 \Rightarrow n = 12$$

sıra olmalıdır.

$$(n-1) \cdot 10\sqrt{3} + 20 \leq 330 \Rightarrow n \leq 18,897 \Rightarrow n = 18$$

sıra olmalıdır.

Bu bilgilerden yola çıkarak aşağıdaki tabloyu oluşturabiliriz.

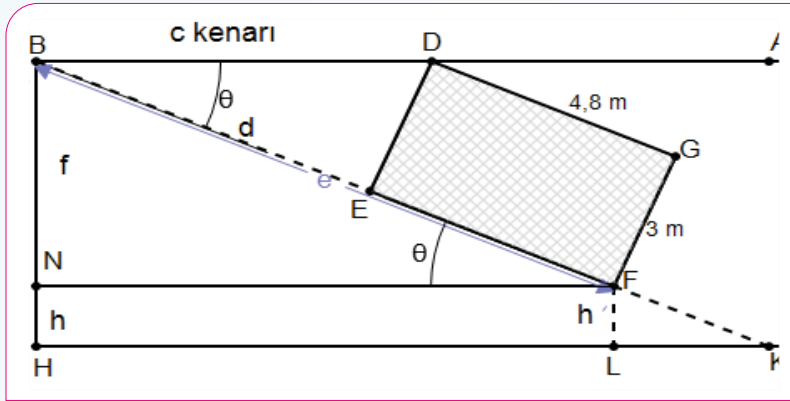
Dolap boyutları	Aylık maliyet	Bir sütundaki kutu sayısı	Sütun sayısı	Sıra	Toplam	Kaç dolap gerektiği
110×110	100	5	6	3	90	2
110×220	150	5	12	3	180	1
110×330	200	5	18	3	270	1

Bu dizilimle, 175 kutu saklanmak istendiğinde ikinci yöntemle karşılaştırıldığında maliyet aynıdır. Ancak depolanan kutu sayısı ikinci yöntemle göre 189 yerine 180'dir. Her durumda ikinci depolama dolabı en uygundur. Ancak 2. yöntem, en fazla sayıda kutunun sığdırılmasını sağladığı için bu yöntem firmanın daha sonraki üretimlerde maliyeti düşürmek için dikkate alması gereken yöntemdir.

Caddede Park Yeri: Örnek Çözüm Yaklaşımı

$$\widehat{ABK} = \widehat{BFN} = \theta, \widehat{DEB} = 90^\circ$$

$$|DE| = 3 \text{ m}, |EF| = 4,8 \text{ m}$$



Basamak 1: $\widehat{ABK} = \widehat{BFN} = \theta$ olmak üzere, $\sin \theta = \frac{3}{c} \Rightarrow c = \frac{3}{\sin \theta}$

Basamak 2: $\cos \theta = \frac{d}{3/\sin \theta} \Rightarrow d = \cos \theta \left(\frac{3}{\sin \theta} \right)$

Basamak 3: $e = d + 4,8$

Basamak 4: $\sin \theta$ (resimde sola bakan θ) = $\frac{f}{e} \Rightarrow f = e \sin \theta$

Basamak 5: $h = 4,5 - f$

θ	c	d	e	f	h	Araç sayısı
10	17,28	17,01	21,81	3,79	0,71	8
15	11,59	11,20	16,00	4,14	0,36	12
20	8,77	8,24	13,04	4,46	0,04	17
20,6	8,53	7,98	12,78	4,50	0,00	17
25	7,10	6,43	11,23	4,75	-0,25	21
30	6,00	5,20	10,00	5,00	-0,50	25
45	4,24	3,00	7,80	5,52	-1,02	35
60	3,46	1,73	6,53	5,66	-1,16	43
75	3,11	0,80	5,60	5,41	-0,91	48
90	3,00	0,00	4,80	4,80	-0,30	50

Paralel park durumunda ise 150 metrelik mesafeye $\theta = 0^\circ$, $150/4,8=31$ araç park edilebiliyor. Değişik açılarda bir şeritte trafik akışı için kalan miktar yukarıdaki tabloda h sütununda verilmiştir.

Burada ilginç bir şekilde şeritler için ayrılması istenen 4,5 metreye 20,6 derece açıyla park düzenini 17 araç park kapasitesi oluşturarak sağlarken, paralel park hem daha fazla araç park etmeye izin veriyor ($n = 31$) hem de trafik akışı için şeritleri daha geniş bırakıyor (genişlik $4,5 + 1,8 = 6,3$ m).

İkinci durumda yolun toplam genişliği (18 m) ve yol genişliği gidiş için 4,5 m ve dönüş için 4,5 m kalmak şartıyla, park yapılabilecek alanlarının boyutlarında değişiklik yapılabilir. Böylelikle, yolun bir tarafına yola dik park edilebilecek, yolun diğer tarafına da araçların paralel şekilde park etmesi mümkün olabilecektir.

Bu durumda; Yolun sağ tarafına dik park edilirse araç sayısı, $\frac{150}{3} = 50$,

Yolun sol tarafına paralel park edilirse araç sayısı $150/4,8 \approx 31$ olur.

Böylelikle toplamda 81 araç park edilebilir.

Diğer bir tasarımda ise yolun her iki tarafında ve tam ortasında park alanı oluşturulabilir. Bu durumda ise $3 \cdot 31 = 93$ araç park edebilir.

Dönme Dolap: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Yerden yükseklik, açıya bağlı olarak değişmektedir. Açıda zamana bağlı olarak değişiyor.

Çap (R) = 140 metre,

Yarıçap (r) = 70 metre.

Hızı sabit olan dönme dolap bir turu 30 dakikada tamamlıyor. Hız birim zamanda alınan yol diye düşünersek, bir kapsülün 30 dakikada alacağı yol dönme dolabın çevresi kadar olacak, yani yaklaşık olarak;

$$Ç = 2\pi R = 2\pi \cdot 70 \approx 440 \text{ metre}$$

Dolayısı ile çizgisel hız;

$$V = \frac{440}{30} \approx 14,7 \text{ metre/dakika}$$

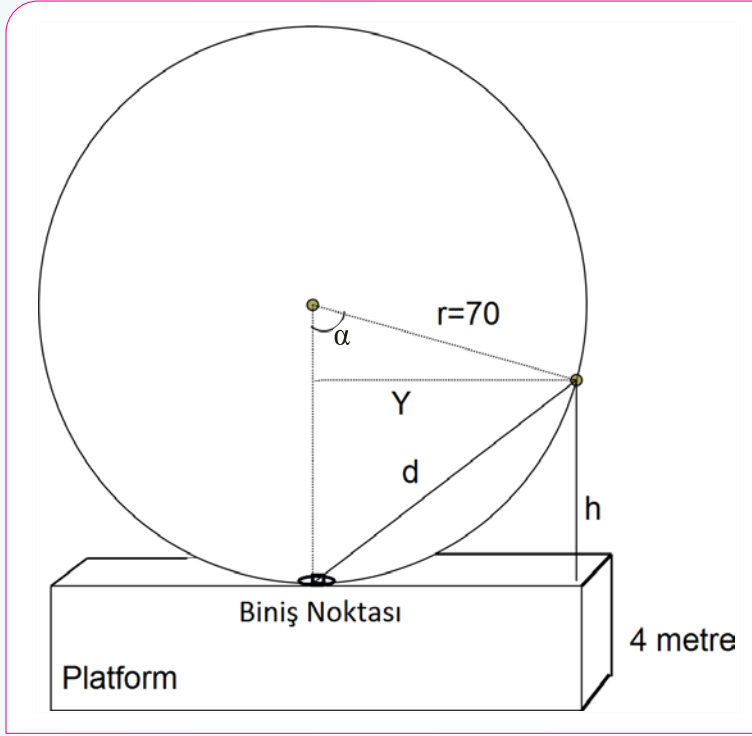
olacaktır. Açısal hız ise birim zamanda taranan merkez açıdır.

$$\text{Yani, } \omega = \frac{360}{30} = 12^\circ / \text{saniye}$$

Bu durumda herhangi bir "t" anında merkez açı aşağıdaki gibi bir fonksiyonla ifade edilebilir.

$$\alpha(t) = \omega \cdot t$$

Kapsülün yerden yüksekliğini bulmamız için merkezle yaptığı açının sinüs veya kosinüs değerini bilmemiz gerekiyor. Herhangi bir "t" anında bir kapsülün merkezle yaptığı açının kosinüs değeri $\cos(\omega t)$ formülüyle ifade edilebilir. Dönme dolabın herhangi bir konumunda, bir kapsülün yerden yüksekliği ise aşağıdaki gibi ifade edilebilir:



$$h = 70 - 70 \cdot \cos \alpha \quad (\text{Platform zemin kabul edildiğinde})$$

$$H(t) = 4 + 70 - 70 \cdot \cos(wt) \quad (\text{Platform yüksekliği de eklenince})$$

Kapsüle bindikleri noktaya uzaklık:

Yukarıdaki şekilde görüldüğü üzere, kapsülün başlangıç noktasına uzaklığı kapsülün yerden yüksekliğine ve yatayda başlangıç noktasından ne kadar uzakta olduğuna bağlı olarak değişiyor.

Platform zemin kabul edildiğinde, kapsülün yüksekliğinin zamana bağlı olarak nasıl değiştiği aşağıdaki bağıntı kullanılarak bulunabilir.

$$h = 70 - 70 \cdot \cos(wt)$$

Kapsülün yatayda biniş noktası ile merkezi birleştiren doğruya dik uzaklığı sinüs fonksiyonu ile hesaplanabilir.

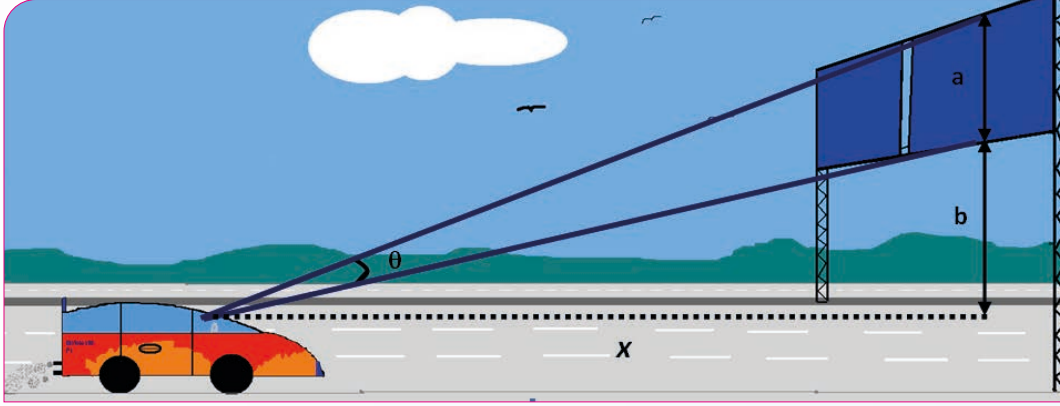
$$Y = 70 \cdot \sin(wt)$$

Bu durumda herhangi bir "t" anında kapsülün iniş-biniş noktasına olan uzaklığı;

$$d = \sqrt{h^2 + Y^2}$$

bağıntısı yardımıyla (Pisagor teoremini kullanarak) hesaplanabilir.

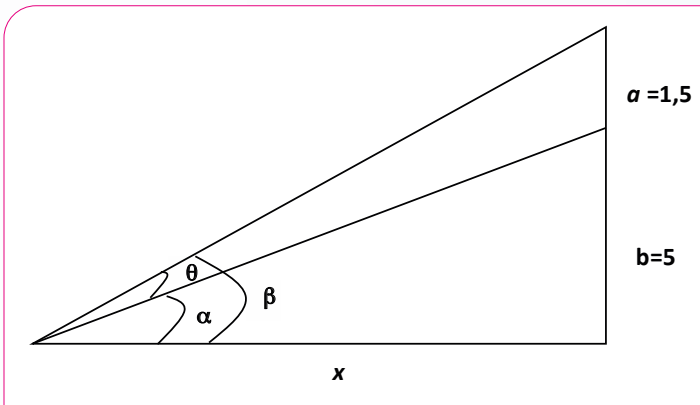
Trafik İşaret Levhaları: Örnek Çözüm Yaklaşımı



Bir trafik işaret levhası, sürücünün levhayı gördüğü açı (θ) en büyük değerini aldığı anda en kolay okunur. Dolayısıyla, (θ) açısı en büyük değeri aldığı anda sürücünün trafik işaret levhasına olan uzaklığı bize levhanın en kolay okunduğu durumu gösterir. Çalışma kâğıdında verilen ısınma etkinliği dikkate alınırsa bu sorunun çözümü için gerekli parametreler şu şekilde sıralanabilir:

1. Trafik işaret levhasının boyu (düşey yüksekliği) (a)
2. Trafik işaret levhasının sürücünün göz seviyesinden yüksekliği (b)
3. Sürücünün trafik işaret levhasını görme açısı (θ)
4. Sürücünün trafik işaret levhasına uzaklığı (x)

KGM'nin trafik işaret levhasının yerden yüksekliği ve düşey boyutu ile ilgili kısıtlamaları göz önüne alınarak a ve b için iki değer belirleyelim. Örneğin b için 5 m, a için 1,5 metre değerleri problem durumu için anlamlı iki değer olabilir. Şekilde de görüldüğü gibi θ açısının ölçüsü iki açının ölçüsünün farkı olarak yazılabilir: $\theta = \beta - \alpha$. Burada θ 'nin değerine ulaşmak için açıların tanjant veya kotanjant değerlerinden yararlanılır.



Açıların kotanjantları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\cot \beta = \frac{x}{6,5} \Rightarrow \beta = \cot^{-1} \frac{x}{6,5}$$

$$\cot \alpha = \frac{x}{5} \Rightarrow \alpha = \cot^{-1} \frac{x}{5}$$

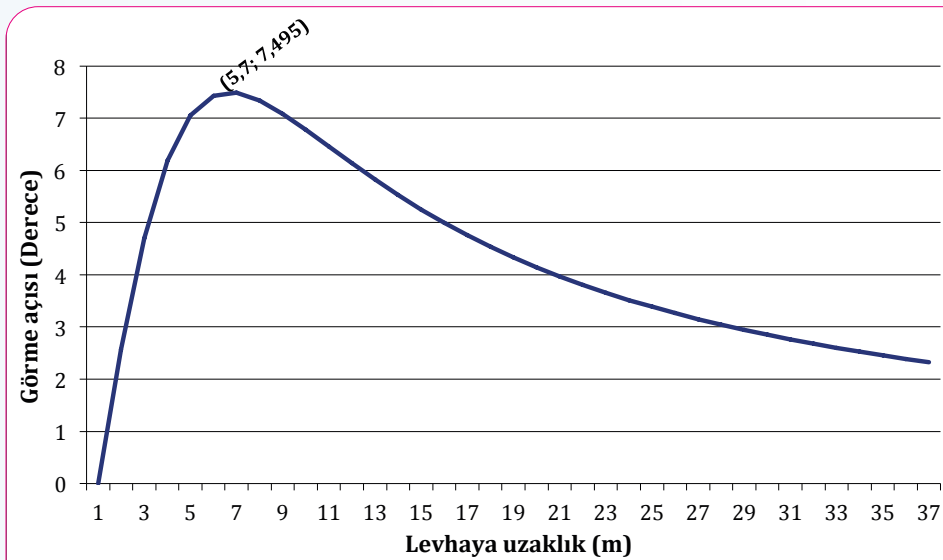
$$\theta = \beta - \alpha \Rightarrow \theta = \cot^{-1} \frac{x}{6,5} - \cot^{-1} \frac{x}{5} \quad (*)$$

θ açısı en büyük değerini $\frac{d\theta}{dx} = 0$ olduğunda alacaktır. θ 'nın x 'e göre türevi alınacak olursa;

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dx} &= \frac{-\frac{1}{6,5}}{1 + \left(\frac{x}{6,5}\right)^2} - \frac{-\frac{1}{5}}{1 + \left(\frac{x}{5}\right)^2} \\ \frac{d\theta}{dx} &= \frac{48,75 - 1,5x^2}{(42,25 + x^2)(25 + x^2)} \end{aligned}$$

elde edilir. Türev sıfıra eşitlenirse $\frac{d\theta}{dx} = 0 \Rightarrow 48,75 - 1,5x^2 = 0$
 $\Rightarrow x = 5,7 \text{ metre}$

elde edilir. (*) denkleminde x yerine 5,7 yazılarak gerekli işlemler yapılırsa θ açısı yaklaşık 7,5 derece olarak bulunur. θ açısının gerçekten $x = 5,7$ 'de en büyük değerini aldığını test etmek için bir dinamik geometri yazılımından yararlanılabilir ya da θ 'nın x 'e bağlı denkleminin grafiği çizdirilebilir. Aşağıdaki şekilde (*) denkleminin grafiği gösterilmektedir.

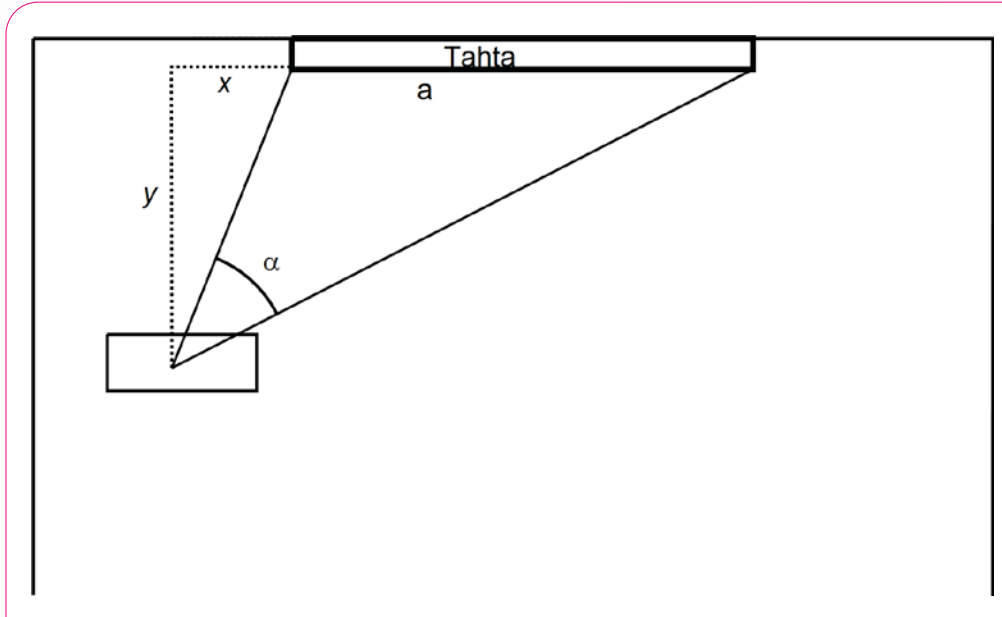


Sorunun çözümünde trafik işaret levhasının dikey yüksekliği kullanılmıştır. Bu değer yerine levhadaki yazı ve sembollerin bulunduğu bölümün yüksekliği kullanılarak daha gerçekçi bir çözüm elde edilebilir. Soruda, bir sürücünün levhayı gördüğü en büyük açı belirlenirken

işaret levhasının boyu (a) ve işaret levhasının sürücünün göz seviyesinden yüksekliği (b) değişkenleri için olabilecek standart değerler alınmıştır. Trafik işaret levhalarının boyutları, yolun genişliğine, yoldaki hız limitine ve levha üzerindeki mesaj sayısına bağlı olarak belirlenen yazı ve sembollerin büyüklüğüne göre değişebilmektedir. Bunlar dikkate alınarak elde edilecek farklı trafik işaret levha boyutları için levhanın en kolay okunduğu durumda da değişkenlik göstereceği göz önünde bulundurulmalıdır. Sürücünün trafik işaret levhasını gördüğü θ açısının farklı durumlarda karşılık geldiği değer (*) denkleminin a ve b değişkenlerini de içerecek şekilde yazılması ile elde edilir.

$$\theta = \cot^{-1} \frac{x}{a+b} - \cot^{-1} \frac{x}{b}$$

Tahta En İyi Nereden Görünür?: Örnek Çözüm Yaklaşımı



Sınıfın herhangi bir noktasında oturan bir öğrencinin tahtayı yatay görüş açısı:

- Tahtanın genişliği (a birim)
- Öğrencinin tahtanın bulunduğu duvara olan uzaklığı (y birim)
- Öğrencinin iz düşüm noktası ile tahta arasındaki mesafe (x birim)

Bu verilenleri kullanarak bazı trigonometrik oranlar bize α açısını bulmamızda yardımcı olabilir.

Şimdi α 'yı 90 dereceye tamamlayan açığa β diyelim. Bu durumda kolaylıkla $\tan(\alpha + \beta)$ ve $\tan(\beta)$ değerlerini bulabiliriz.

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{a + x}{y}$$

$$\tan(\beta) = \frac{x}{y}$$

Buna göre, α açısı ters trigonometrik fonksiyonlar kullanılarak elde edilebilir. Bu durumda,

$$\alpha = \arctan\left(\frac{a + x}{y}\right) - \arctan\left(\frac{x}{y}\right)$$

elde edilir.

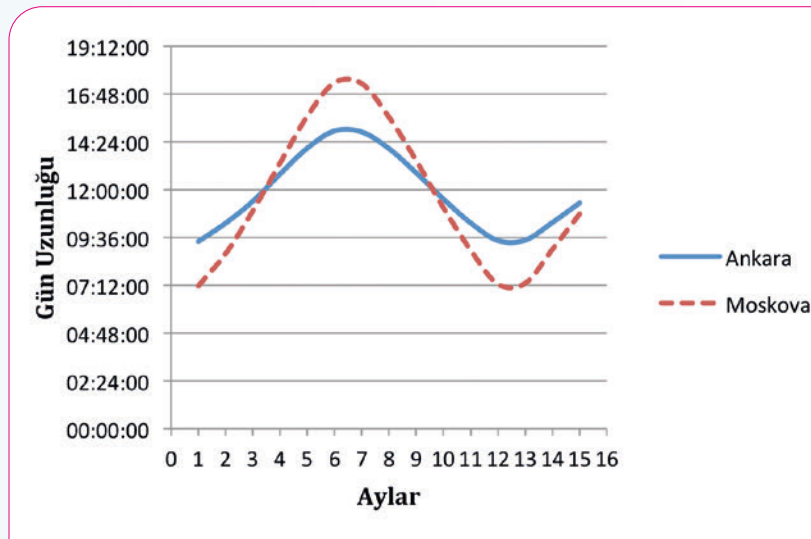
Gün Uzunluğunu Tahmin Et: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Öncelikle güneşin doğuş saati ile batış saati arasındaki fark alınarak her bir gün için gündüz uzunluğu hesaplanmalıdır. Hesaplanan gün uzunlukları (her bir aydan bir değer verildiği için) zaman(ay)-gündüz uzunluğu olarak grafiğe aktarılmalıdır. Bu durumda,

Bağımsız değişken: aylar

Bağımlı değişken: gündüz uzunluğu

olacaktır. Tablodaki verileri kullanarak MS Excel'de aşağıdaki gibi bir grafik elde edilebilir.



Grafik üzerinde zamana bağlı gündüz uzunluğu fonksiyonunun periyodik bir fonksiyon olduğu fark edilmektedir. Bu fonksiyon sinüs ya da kosinüs fonksiyonlarından birisiyle modelenebilir. Başlangıçta $f(t) = \sin t$ şeklinde düşünülse bile çarpımsal (A), fonksiyonun içinde (B) ve toplamsal (C) değişkenleri de göz önünde bulundurulmalıdır (ikinci dereceden fonksiyonlarda a, b, c katsayılarıyla birlikte düşündüğümüzü hatırlayınız).

$$f(t) = A \cdot \sin(Bt) + C$$

Sinüs fonksiyonunun periyodunun 360 derece olduğunu biliyoruz. Dolayısı ile bir aylık bir süre $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ (dereceye) karşılık gelecektir.

Bizim fonksiyonumuz da $f(t) = A \cdot \sin(30t)$ şeklinde bir ifade ile gösterilebilir. Burada t, ayı göstermekte ve $t = 0$ tablodaki ilk verilen aya karşılık gelmektedir. Sinüs fonksiyonun değer aralığı -1 den +1'e kadardır. Ama tablodaki değerler Ankara için 898 dakikadan 562 dakikaya kadardır. Yani salınının genliği (aralığı) 336 dakikadır. Bunun yarısı $y = 730$ doğrusunun üstüne, diğer yarısı da altına düşmelidir. Üste düşen miktar $336/2 = 168$ dakikadır. Dolayısıyla fonksiyon aşağıdaki gibi yazılabilir.

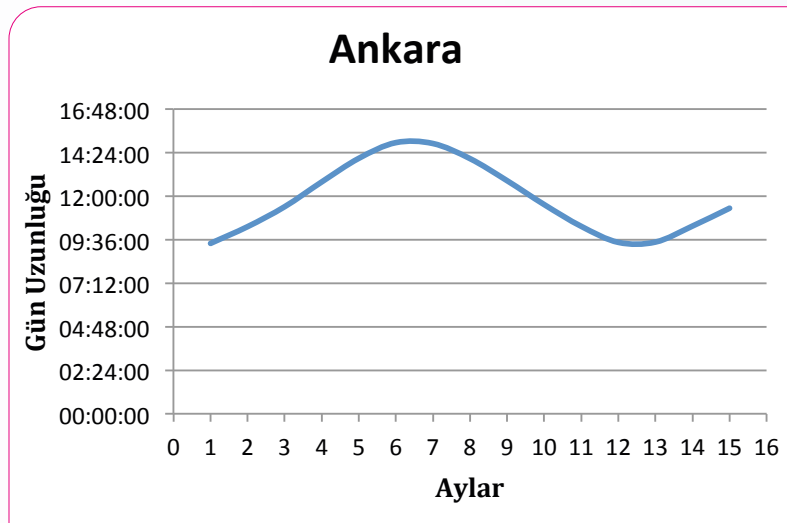
$$f(t) = 168 \cdot \sin(30t)$$

Birinci ayda ($t=0$), yeni fonksiyon SIFIR değeri verecektir. Ama biz onun 583 değeri vermesini istiyoruz, o yüzden fonksiyonumuza 583 sabit değerini eklememiz gerekiyor. Bu fonksiyonun grafiğini dikey olarak 583 birim yukarıya çekecektir:

$$f(t) = 583 + 168 \cdot \sin(30t)$$

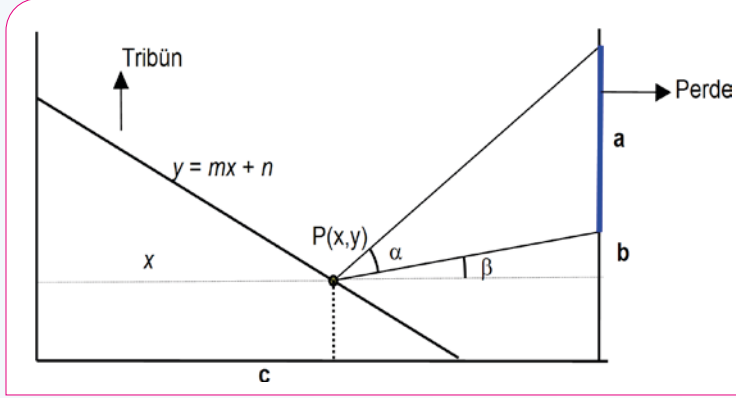
Şubat 2010'da, yani $t = 1$ olduğunda fonksiyon $583 + 84 = 667$ değerini veriyor, gerçek değer ise 643'tür. Mart 2010'da ise, yani $t = 2$ olduğunda, fonksiyon 728 değerini vermektedir. Gerçek değer ise 719'dur.

Geliştirilen fonksiyon kullanılarak elde edilen değerler grafik üzerinde gösterildiğinde asıl gün uzunluğu verileri ile çizilen grafiğe çok yakın bir grafik elde edilmiş olunur.



Moskova'nın gün uzunluğunu gösteren fonksiyon da benzer şekilde bulunabilir.

En İyi Koltuk Hangisi?: Örnek Çözüm Yaklaşımı



Yukarıdaki şekilde görülen dikey açıyı hesaplamamız gereken bir durumda; (x, y, z) koordinat sisteminde z noktasının değişmesi (x ve y değerleri sabit kalmak koşuluyla) perde uzunluğu boyunca α açısını etkilemeyecektir (Bu durumu düşününüz!). z noktasının değişmesi bulunduğu noktadan sağa veya sola kayma anlamına gelmektedir. $P(x, y)$ noktasında oturan bir kişinin dikey görüş açısını hesaplayalım.

Tribünü $y = mx + n$ doğrusal fonksiyonu ile modelleyebiliriz. Yukarıda verilenleri kullanarak $\tan(\alpha + \beta)$ değerini hesaplayabiliriz.

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{a + b - (mx + n)}{c - x}$$

Aynı şekilde,

$$\tan(\beta) = \frac{b - (mx + n)}{c - x}$$

Bulmamız gereken α açısı olduğu için burada ters trigonometrik fonksiyonları kullanabiliriz.

$$\alpha + \beta = \arctan\left(\frac{a + b - (mx + n)}{c - x}\right)$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{b - (mx + n)}{c - x}\right)$$

Böylece,

$$\alpha = \arctan\left(\frac{a + b - (mx + n)}{c - x}\right) - \arctan\left(\frac{b - (mx + n)}{c - x}\right)$$

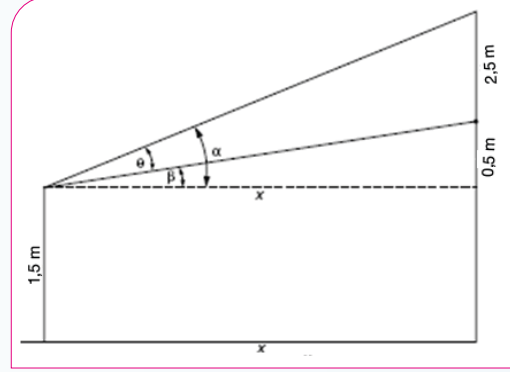
denkliğini elde ederiz. Burada dikey görüş açısı, a , b , c , m , x ve n değerlerine bağlı olarak değişmektedir.

Yatay görüş açısı için de tribünde (x, y, z) üç boyutlu noktalarında (x, z) boyutuna odaklanarak benzer şekilde hesaplama yapılabilir.

Kaplumbağa Terbiyecisi: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Tablonun en iyi şekilde görülebilmesi için tablonun üstten aşağıya tamamını görecektir. Ziyaretçinin görüş açısının maksimum olması gerekmektedir. Örneğin, tablo, alt kısmı yerden 2 metre yükseklikte olacak şekilde duvara asılarak sergilendiği bir durumda, göz hizası yerden 1,5 metre yüksekte olan bir ziyaretçi için:

Ziyaretçinin duvara uzaklığı x metre olsun.



Buna göre, $\tan(\theta) = \frac{5x}{2x^2 + 3}$ dir [*İpucu:* $\tan \theta = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}$].

Bu durumda aşağıdaki adımları izleyerek problemin çözümünü yapabiliriz:

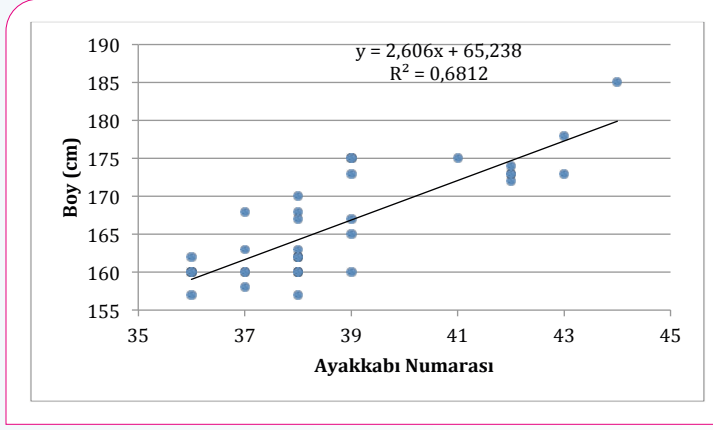
- $f(x) = \frac{5x}{2x^2 + 3}$ fonksiyonunun $(0, \infty)$ aralığında neden türevlenebilir olduğunu açıklayarak, $f'(x)$ i bulunuz.
- $f'(x)$ ifadesinin işaret tablosunu düzenleyerek, f in artan ve azalan aralıklarını belirleyiniz.
- $(0, \infty)$ aralığında $f(x)$ in maksimum değerini ve buna karşılık gelen maksimum değeri bulunuz.

Ayak İzi Problemi: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Bu sorunun çözümü için öncelikle farklı kişilerden toplanacak ayakkabı numarası ve boy ölçülerini gösteren bir tablo oluşturulur. Daha sonra bu tablodaki verilerden herhangi bir kişinin ayakkabı numarası ile boy ölçüsü arasındaki ilişkiyi veren fonksiyon bulunur. Aşağıdaki tablo 35 kişiden toplanmış ayakkabı numarası ve boy ölçülerini içermektedir.

Kişi numarası	Boy	Ayakkabı No	Kişi numarası	Boy	Ayakkabı No	Kişi numarası	Boy	Ayakkabı No
1	173	42	13	163	38	25	160	38
2	173	43	14	157	36	26	160	36
3	178	43	15	157	38	27	160	37
4	172	42	16	175	39	28	160	39
5	168	38	17	158	37	29	160	38
6	170	38	18	160	36	30	165	39
7	175	41	19	162	38	31	163	37
8	167	39	20	162	38	32	167	38
9	162	38	21	160	37	33	173	39
10	162	36	22	160	38	34	185	44
11	173	42	23	168	37	35	160	36
12	174	42	24	175	39			

Tablodaki verileri MS Excel yardımıyla grafiğe aktardığımızda aşağıdaki grafik elde edilir.



Bu grafikten de anlaşılacağı gibi kişilerin ayakkabı numarası ile boy ölçüsü arasında doğrusal bir ilişki bulunmaktadır. Bu iki değişken arasındaki ilişki aşağıdaki doğrusal fonksiyon ile ifade edilebilir:

$$y = 2,606x + 65,238$$

Bu fonksiyon yardımıyla ayakkabı numarası bilinen bir kişinin boy ölçüsü yaklaşık olarak hesaplanabilir.

Benzinin İyisi Hangisi: Örnek Çözüm Yaklaşımı

1. Gidilen yol x_1 ve alınan benzin miktarı l_1 olmak üzere bir litre 95 oktan benzinle gidilen yol,

$$\frac{x_1}{l_1} = \frac{470}{32,6} \approx 14,4172 \text{ km bulunur.}$$

Gidilen yol x_2 ve alınan benzin miktarı l_2 olmak üzere bir litre 97 oktan benzinle gidilen yol,

$$\frac{x_2}{l_2} = \frac{518}{34,9} \approx 14,8424 \text{ km'dir.}$$

95 oktan için benzinin litresi $\frac{128,77}{32,6} = 3,95$ TL; 97 oktan için benzinin litresi $\frac{139,25}{34,9} \approx 3,99$ TL dir.

2. Yukarıdaki işlemlere göre 97 oktan benzin kullanımı, 95 oktan benzine göre litrede 0,4252 km daha fazla yol avantajı sağlamaktadır.

3. Bu kısmın çözümü için km başına harcanan parayı bulmamız gerekmektedir. 95 oktan

benzin kullanımında km başına $\frac{3,95}{14,4172} \approx 0,274$ TL,

97 oktan benzin kullanımında km başına $\frac{3,99}{14,8424} \approx 0,269$ TL harcamaktadır. Yani 1000

km'lik yolda 5 TL fark etmektedir.

4. Diğer faktörler arasında arabaların motor gücü, motor büyüklüğü, arabanın ağırlığı, yolu kaplayan zeminin türü, yolun durumu, lastiklerin kalitesi vb. olarak sayılabilir.

Çitleyelim: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Problemde çevrilecek alanın yola paralel olan kısmı x ile yan kenarları y ile gösterilmiştir.

Masrafı veren fonksiyon çit çekilecek kenarların uzunluğuna bağlıdır.

Yani, $M = 300x + 200y + 200y = 300x + 400y$ olacaktır. Bu fonksiyonda iki değişken var ve bunu tek değişkene indirmek gerekiyor. O halde,

$xy = 10800 \rightarrow y = \frac{10800}{x}$ değeri masraf fonksiyonunda yerine yazılırsa;

$$M = 300x + 400 \cdot \frac{10800}{x} = 300x + \frac{4320000}{x}$$

elde edilir.

Bu fonksiyonun minimumunu veren x değerini bulmak için fonksiyonun türevini alabiliriz:

$$\frac{dM}{dx} = 300 - \frac{4320000}{x^2}$$

Türevi sıfırlayan x değerinde M fonksiyonun maksimumu veya minimumu vardır.

$$300 - \frac{4320000}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{4320000}{300} = 14400 \Rightarrow x = 120$$

Şimdi $x = 120$ iken M fonksiyonunun minimum mu yoksa maksimum mu olduğunu bulmak için ikinci türev testini kullanmalıyız.

$\frac{d^2M}{dx^2} = \frac{8640000}{x^3}$ bu ikinci türev fonksiyonuna birinci türevi sıfır yapan değeri ($x = 120$) yerine

koyarsak, ikinci, türev fonksiyonunun pozitif bir değer verdiğini buluruz; bu da bize asıl masraf fonksiyonunda $x = 120$ değerinin göreceli minimum değerini temsil ettiğini gösterir. Buna göre $x = 120$ değeri masrafı minimize ediyorsa, masrafı minimize eden y değerini bulmak yeterli olacaktır. O halde,

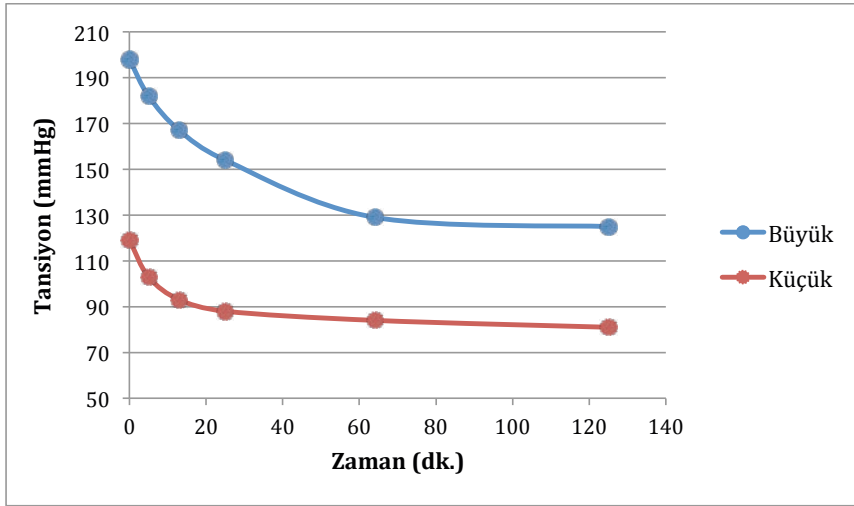
$$y = \frac{10800}{120} = 90$$

bulunur. İkinci soru da benzer bir yaklaşımla çözülebilir.

Acile Gelen Yüksek Tansiyon Hastası: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Tablodaki “tansiyon ölçüm zamanı (saat)”, hastaneye ilk gelişinden itibaren geçen zaman (dakika cinsinden) ile değiştirilerek oluşturulan yeni tablo verileri grafiksel ortama aktardığımızda, hastanın tansiyonunun (hem büyük tansiyon hem de küçük tansiyon) hastanede bulunduğu sürede zaman içinde düştüğünü; fakat düşüş oranının zamanla azaldığını (azalarak azalmak); düşüş oranının en fazla olduğu saatlerin hastaneye geldiği ilk 5 dakikalık zaman dilimindeyken, en az düşüşün olduğu saatlerin ise son bir saatlik zaman diliminde olduğunu kolaylıkla görebiliriz.

Tansiyon ölçüm zamanı (saat)	Zaman (dk.)	Büyük tansiyon (mmHg)	Küçük tansiyon (mmHg)
21:15	0	198	119
21:20	5	182	103
21:28	13	167	93
21:40	25	154	88
22:19	64	129	84
23:20	125	125	81



Hastayı rahatsız eden yüksek tansiyon belirtileri, hastanın büyük tansiyonunun 140, küçük tansiyonunun ise 85 mmHg'nın altına düştüğü saatlerde kaybolacaktır. Verilen tabloya baktığımızda, hastanın tansiyonu bu değerlere 21:40 ve 22:19 saatleri arasındaki 39 dakikalık bir zaman dilimi içinde ulaşmış olmalıdır. Büyük ve küçük tansiyon için, bu aralıktaki (dakikalık) ortalama değişimlere bakacak olursak;

$$\text{Büyük tansiyondaki ortalama değişim (mmHg): } \frac{129 - 154}{39} \approx -0,64$$

Küçük tansiyondaki ortalama değişim (mmHg): $\frac{84-88}{39} \approx -0,10$

Buradaki negatif işareti tansiyondaki düşüşe işaret etmektedir. Böylece, büyük tansiyonun

140mmHg'ye ulaşması için geçen tahmini süre $\frac{140-154}{0,64} \approx 22$ dakika iken, küçük tansiyonun

85mmHg'ye ulaşması için geçen tahmini süre $\frac{85-88}{-0,10} \approx 30$ dakikadır. Böylece, hastayı ra-

hatsız eden yüksek tansiyon belirtileri tahminen saat 22:10'da (yani 21:40'tan 30 dakika sonra) kaybolacaktır. Yukarıdaki grafiğe bakıldığında, hastanın tansiyondaki düşüşün neredeyse durmak üzere olduğu ve son ölçüm değerlerinin neredeyse normal tansiyona (120/80) yaklaştığını görebiliriz. Son bir saatte yaklaşık 4mmHg'lık bir düşüş olduğunu gözüne alırsak, son tansiyon ölçümünden en fazla bir saat sonrasında (eğer tansiyondaki düşüş miktarı son bir saatteki düşüş miktarıyla aynı kalsa bile) hastanın tansiyonu normale ulaşacağından, hasta saat 00:20'de taburcu edilebilir.

Gelecek Yüzyılda Türkiye: Örnek Çözüm Yaklaşımı

1980-1985 yılları arasında ve diğer yıl aralıklarında nüfustaki artış miktarı aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Yıllar	Genel Nüfustaki Artış
1980-1985	5.074
1985-1990	5.311
1990-2000	11.829
2000-2007	2.986
2007-2008	771
2008-2009	1.104
2009-2010	1.089

Zamana bağlı ortalama nüfus artış oranı (hızı) aşağıdaki örnekteki gibi hesaplanır.

1980-1985 yılları arasındaki ortalama nüfus artış oranı:

$$\frac{1985 \text{ yılı nüfusu} - 1980 \text{ yılı nüfusu}}{1985 - 1980} = 1014,8 \text{ kişi/yıl}$$

'dır.

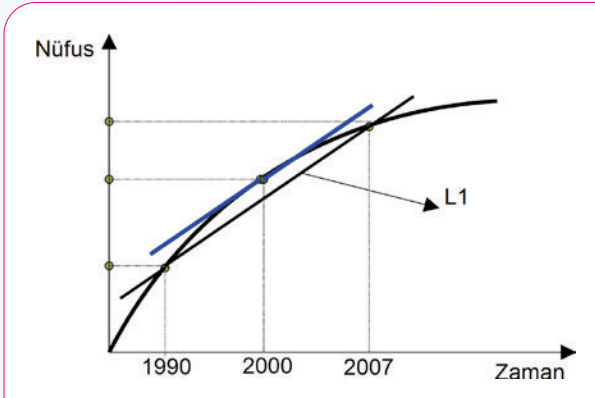
Ortalama nüfus artış oranı (hızı) (nüfus/yıl)

Yıllar	Nüfus/yıl	0 – 19 yaş nüfus/yıl	20 -39 yaş nüfus/yıl	40 – 59 yaş nüfus/yıl	60 ve üzeri nüfus /yıl
1980-1985	1014,8	382,2	254	233,2	145,4
1985-1990	1062,2	302,8	497	106,8	155,6
1990-2000	1182,9	145,7	495,8	375,9	165,5
2000-2007	426,6	-357,1	163,7	423	197
2007-2008	771	58	323	375	15
2008 -2009	1084	137	298	281	368
2009-2010	1083	22	257	433	371

Yukarıdaki tablo incelendiğinde genel nüfusa baktığımızda, 1990-2000 yıl aralığı ortalama nüfus artış oranının (artış oranı (hızı) 1182,9 kişi/yıl) en yüksek olduğu aralıktır. Nüfus artış oranının en düşük olduğu aralık ise yıllık ortalama 426,6 artış ile 2000-2007 yılları arasındır.

2000 yılında zamana bağlı nüfus artış oranı (hızı) nedir?

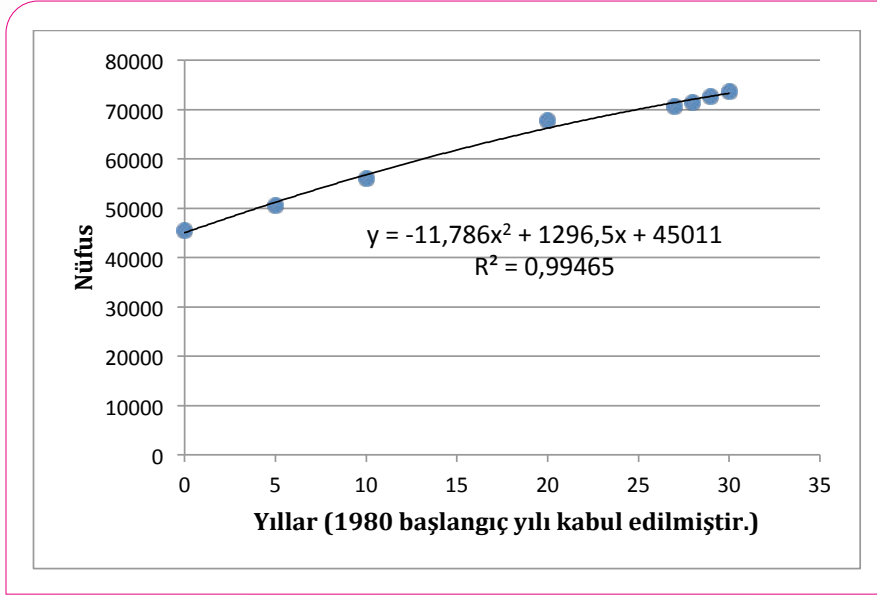
2000 yılı için $T=20$ anındaki nüfus artış hızı sorulmaktadır. Bu ise o noktadaki teğetin eğimidir.



Önce bilinen değerlerden bakarsak;

- **Soldan sekant eğimi:** $\frac{2000 \text{ yılı nüfusu} - 1990 \text{ yılı nüfusu}}{2000 - 1990} = 1182,9 \text{ kişi/yıl}$
- **Sağdan sekant eğimi:** $\frac{2007 \text{ yılı nüfusu} - 2000 \text{ yılı nüfusu}}{2007 - 2000} = 426,6 \text{ kişi/yıl}$
- **Ara değer (Grafikte görülen L1 doğrusunun eğimi):**

$$\frac{2007 \text{ yılı nüfusu} - 1990 \text{ yılı nüfusu}}{2007 - 1990} = 871,5 \text{ kişi/yıl}$$



Tablodaki verileri MS Excel yardımıyla grafiğe aktardığımızda yıl ile nüfus arasındaki ilişki aşağıdaki fonksiyon ile ifade edilebilir.

$$f(x) = -11,786x^2 + 1296,5x + 45011$$

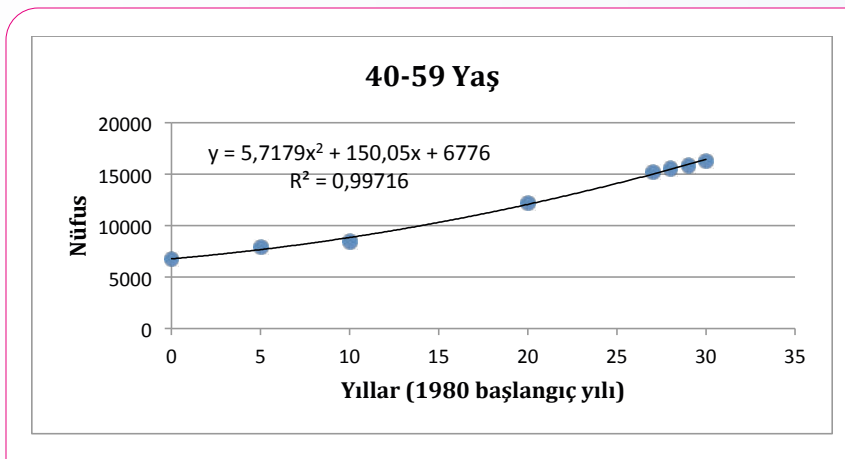
2000 yılındaki nüfus artış oranı f fonksiyonunun grafiğine $x=20$ noktasından çizilen teğetin eğimine eşittir. Bu ise

$$f'(x) = -23,572x + 1296,5$$

$$f'(20) = 825 \text{ kişi/yıl}$$

'dir

Genç, orta ve yaşlı nüfus yıllara göre nasıl bir değişim göstermektedir?



Örneğin 40-59 yaş için MS Excel yardımıyla çizilen grafik incelendiğinde nüfusun yıllara göre artarak artma eğiliminde olduğunu görmekteyiz. Diğer yaş grupları için de benzer şekilde grafikler çizilebilir.

Bazı uzmanlar gelecekte Türkiye nüfusunun durağanlaşacağını iddia ediyorlar. Sizce böyle bir durum söz konusu mudur? Durağanlaşma olarsa bunun ne zaman gerçekleşmesi beklenebilir?

Nüfusun yıllara göre nasıl değiştiğini,

$$f(x) = -11,786x^2 + 1296,5x + 45011$$

fonksiyonuyla ifade etmiştik. Bu fonksiyona bakarak nüfusun yaklaşık kaç yıl sonra durağanlaşacağını anlayabiliriz. Bunun için bu ikinci dereceden fonksiyonun tepe noktasını bulmalıyız ki bu da birinci türevin "0" olduğu nokta olacaktır.

$$f'(x) = -23,572x + 1296,5$$

Bu ifadeyi "0" yapan değer; $x = \frac{1296,5}{23,572} \approx 55$ 'tir.

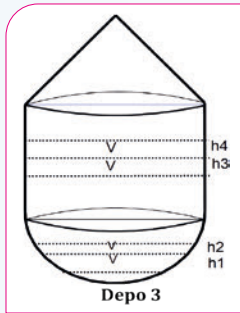
Bu durumda Türkiye Cumhuriyeti Nüfusu 1980 yılı başlangıç yılı kabul edilmek şartıyla 55 yıl sonra, yani 2035 yılından itibaren durağanlaşmaya başlayacaktır.

Su Deposu: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Her bir su deposunun dolması sırasında oluşacak hacim-yükseklik grafiğini eşit miktarda suyun dolması ile yükseklik değişimlerini karşılaştırarak çizebiliriz. Depoda birikecek suyun birim hacim değişimine karşılık suyun yüksekliğinin nasıl değiştiğinin belirlenmesi gerekir. Birim hacimdeki yükseklik değişimleri karşılaştırılarak grafikleri çizilebilir.

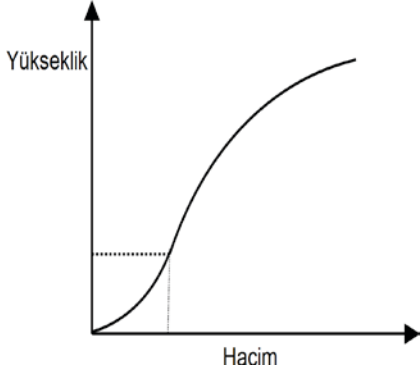
Birim hacim değişimine karşılık suyun yüksekliği:

- Sabit değişiyorsa grafik doğrusal artan bir grafik olmalıdır,
- Azalarak artıyorsa grafik aşağı bükey (dış bükey, konkav) artan bir eğri olmalıdır (yükseklik artışındaki azalma giderek daha fazla artıyor ise grafiğin eğriliği (yataylığı) daha fazla olacaktır),
- Artarak artıyor ise grafik yukarı bükey (iç bükey, konveks) artan bir eğri olmalıdır.

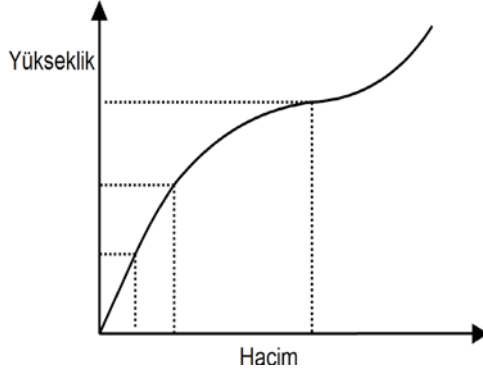


Örneğin, yandaki Depo 3 şekli üzerinde gösterildiği gibi, deponun en alt kısmı küre şeklinde olduğu için bu bölümde su miktarı eşit olarak arttırıldığında, yükseklikteki artış miktarının giderek azaldığı görülmektedir ($h_1 > h_2$). Bu durumda grafik aşağı bükey artan bir eğri ile gösterilir. Deponun silindirik olan orta bölgesi için su miktarı eşit olarak arttırıldığında yükseklikteki artış miktarı eşit olmaktadır ($h_3 = h_4$). Bu durum lineer bir grafik ile gösterilmektedir. Deponun koni şeklindeki en üst kısmı için su miktarı eşit olarak arttırıldığında, yükseklikteki artış miktarının giderek arttığı görülmektedir ($h_5 > h_6$). Bu durumda grafik yukarı bükey artan bir eğri ile gösterilir.

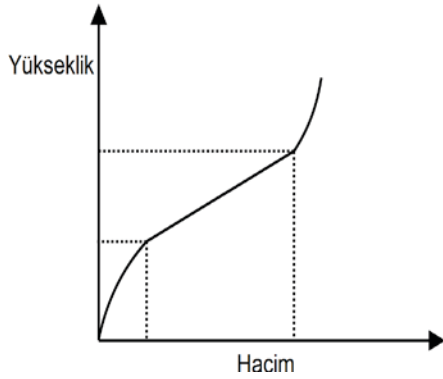
Depo 3 için yapılan bu açıklamalar dikkate alındığında, Depo 1, Depo 2, Depo 3 ve Depo 4 için depolar doldurulurken depoda biriken suyun hacmine bağlı olarak su yüksekliğini gösteren grafikler yaklaşık olarak aşağıdaki gibi çizilebilir.



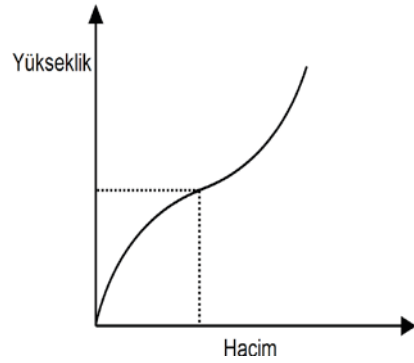
Depo 1'e ait grafik



Depo 2'ye ait grafik



Depo 3'e ait grafik



Depo 4'e ait grafik

Not: Verilen su depolarıyla ilgili hacim yükseklik bilgileri verilmediği için grafikler sayısal verilere dayanmadan yaklaşık olarak çizilmiştir. Grafikler çizilirken farklı bölgeler arasındaki geçişler sürekli parçalı fonksiyon gibi düşünülebilir. Bu durumda farklı bölgeler arasındaki geçişler düzgün (türevlenebilir) olabileceği gibi kırılma noktası ortaya çıkaracak şekilde de olabilir (ör., Depo 3'e ait grafik). Bölgeler arası geçişlerde kırılmaların olduğu çizimlerde kırılma noktasının hemen öncesinde ve hemen sonrasında birer nokta alınarak eğim karşılaştırılması yapılması gerekmektedir.

Boru Hattı Güzergâhı: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Soru incelendiğinde belirlenen güzergâhta maliyet hesabı yapılabilmesi için göz önünde bulundurulması gereken faktörler;

- Güzergâhın kaç km'lik kısmı karadan, kaç km'lik kısmı denizden gidecek.
- Güzergâhın karadan giden kısmı için arazinin yapısı

Bilinenler;

- Maliyet düz arazide ortalama 50.000 TL/km
- Engebeli bir arazide ise 100.000 TL/km'ye kadar çıkabilmektedir.
- Denizdeki maliyet ise 200.000 TL/km'dir.

Maliyet fonksiyonumuza M diyelim. Bu durumda fonksiyonumuz iki değişkenli bir fonksiyon olacak. Maliyetler bilindiği için bilinmeyenler güzergâhın karadaki uzunluğu (x) ve denizdeki uzunluğu (y) dir.

Düz bir arazi için maliyet;

$$M(x, y) = 50000x + 200000y$$

Engelibeli bir arazi için;

$$M(x, y) = 100000x + 200000y$$

Ortalama bir arazi için ise;

$$M(x, y) = 75000x + 200000y$$

Şimdi bu fonksiyonları tanımladıktan sonra farklı güzergâhlar için maliyet hesabını yapalım. Denizde maliyet çok yüksek olduğu için " y " değerini en düşük seviyede tutmalıyız. Bu durumda denizdeki güzergâhımız Anamur-Kıbrıs arası olmalı. Yani $y=78$ km olur.

Kaynak olarak Manavgat seçilirse; Manavgat-Anamur arası mesafe $x=185$ km olur.

Manavgat – Anamur arası arazi bazı kısımlarda engebeli, bazı kısımlarda ise düz olduğu için ortalama almamız uygun olacaktır.

$$M(185, 78) = 75000 \times 185 + 200000 \times 78 = 29475000 \text{ TL}$$

Kaynak olarak Adana seçilirse;

Adana - Anamur arası mesafe $x=292$ km,

Adana - Anamur arası (genelde ova olduğu için) düz bir arazidir.

$$M(292, 78) = 50000 \times 292 + 200000 \times 78 = 30200000 \text{ TL}$$

Bu durumda Manavgat kaynak olarak düşünülüp Anamur'a kadar kara yolu ile Anamur-Kıbrıs arası deniz yolu güzergâhı olarak daha makul görünmektedir.

Doğa Yürüyüşü Parkur Krokisi: Örnek Çözüm Yaklaşımı

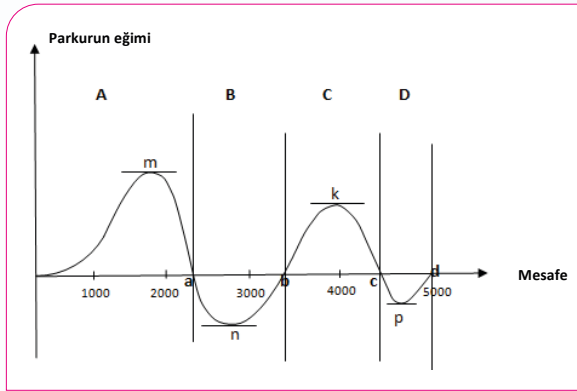
Soruda öğrencilerden verilen grafik verisini kullanarak parkurun taslağını yani “mesafe-yükseklik grafiğini” oluşturmalarına yardımcı olacak yöntem geliştirmeleri beklenmektedir.

Verilen “mesafe-eğim” grafiği “mesafe-yükseklik” grafiğinin türev grafiğidir.

Mesafe-eğim $\longrightarrow f'$
 Mesafe-yükseklik $\longrightarrow f$

Verilen bu türevlenmiş grafik (f'), 1. türev ve 2. türevin özellikleri yorumlanarak, grafiğin türevlenmemiş hali (f) çizilecektir.

1. ADIM: Grafik bölgelere ayrılarak yorumlanabilir.



A BÖLGESİ: “ $f' > 0$ ” olduğundan “ f ” fonksiyonu bu bölgede artan fonksiyondur.

- m noktasına kadar parkurun eğimi artmışken, m noktasından a noktasına kadar eğim (artarak) azalmıştır ve a noktasında eğim sıfır olmuştur. Fakat bu bölgede yükseklik a noktasına kadar hep artmıştır. Başlangıç noktasından m noktasına kadar yükseklik çok eğimle artarken, m noktasından a noktasına kadar az eğimle yükseklik artmış ve a noktasında o bölgedeki en yüksek noktaya ulaşmıştır (tepe noktası; yerel maksimum). (m noktası yukarı büyüklükten aşağı büyüklüğe geçişin olduğu büküm noktası olacaktır.)

B BÖLGESİ: “ $f' < 0$ ” olduğundan “ f ” fonksiyonu bu bölgede azalan fonksiyondur.

- a noktası ile b noktası arasında parkurun yüksekliği azalmaktadır. a noktasından n noktasına kadar yükseklik az eğimle azalırken, n noktasından b noktasına kadar artan bir eğim ile azalmakta ve b noktasında eğim sıfır olup parkurun yüksekliği en düşük değere (minimuma) ulaşmaktadır (yerel minimum).

Not: Bu bölgedeki yüksekliğin azalışı A bölgesine göre daha az olmuştur, bu sebeple grafiği çizerken bu bilgiye dikkat edilmelidir.

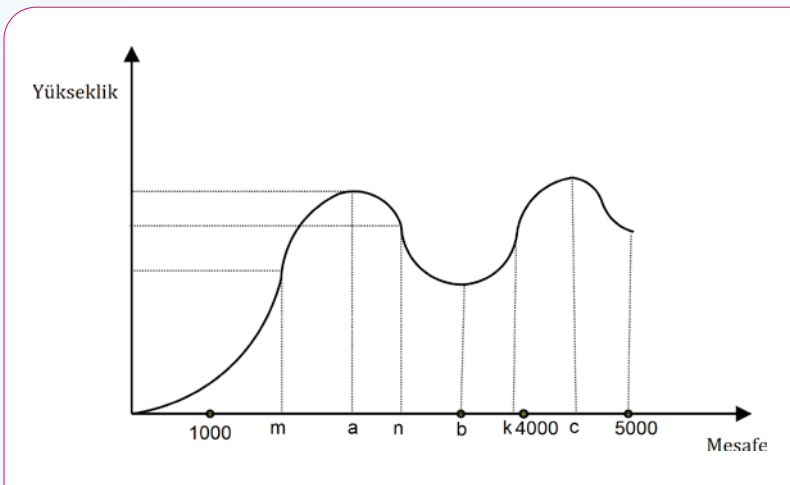
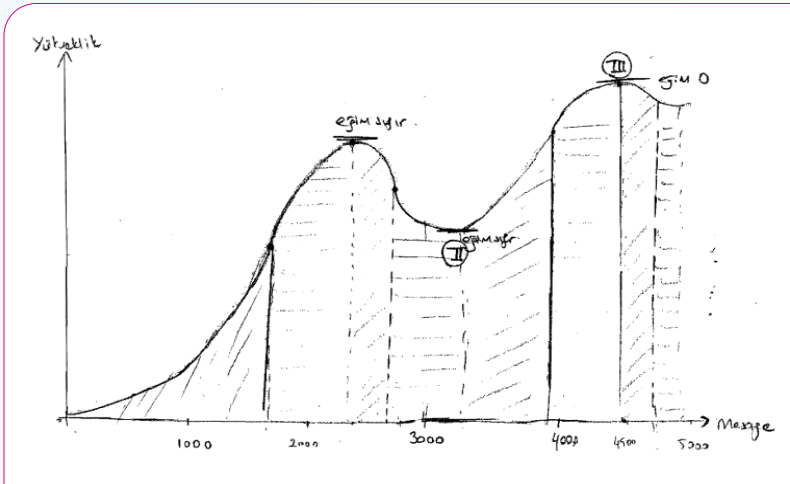
C BÖLGESİ: : “ $f' > 0$ ” olduğundan “ f ” fonksiyonu bu bölgede artan fonksiyondur.

- k noktasına kadar parkurun eğimi artarak artmışken, k noktasından c noktasına kadar eğim artarak azalmıştır ve c noktasında eğim sıfır olmuştur. Bu durumda yükseklik b noktasından k noktasına kadar çok eğimle artmış ve k noktasından c noktasına kadar daha az eğimle artmıştır ve c noktasında mesafe yükseklik grafiği (yerel maksimum) en yüksek değere ulaşmıştır. Yani bu bölgede parkurun yüksekliği “c” noktasına kadar hep artacaktır.

- yükseklik mesafe grafiğinde, k noktası yukarı büyüklükten (artarak artmadan) aşağı büyüklüğe (azalarak artmaya) geçişin olduğu büküm noktası olacaktır.

D BÖLGESİ: : “ $f' < 0$ ” olduğundan “ f ” fonksiyonu bu bölgede azalan fonksiyondur. Bu durumda parkurun yüksekliği bu bölgede azalmaktadır.

2. ADIM: Grafik yorumları kullanılarak mesafe yükseklik grafiği çizilir. Yükseklik 0 veya herhangi bir değerden başlayabilir. Parkurun taslağı yani “mesafe-yükseklik grafiği” aşağıdaki gibi olur.



Yaz İşi: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Her bir çalışanın kazandığı parayı çalıştığı saate bölmek suretiyle, birim saatte kazandığı para hesaplanır.

Tablo 1. Çalışanların tüm çalışma dönemlerinde birim zamanda kazandıkları para

	Haziran			Temmuz			Ağustos			
	Yoğun	Orta	Durgun	Yoğun	Orta	Durgun	Yoğun	Orta	Durgun	Toplam
MELEK	55,20	52,00	50,22	69,90	54,14	47,71	63,04	51,70	41,77	485,69
KÜBRA	86,18	39,73	26,19	86,21	50,80	30,77	90,00	59,57	30,30	499,75
TÜLAY	87,25	39,24	19,59	69,45	32,16	20,93	54,46	39,32	20,04	382,43
JALE	64,77	38,95	22,50	79,20	53,81	32,07	82,82	65,44	37,72	477,27
ÇETİN	64,82	45,08	0,00	68,81	43,94	20,30	64,10	47,08	19,78	373,90
CAN	85,77	61,78	47,83	88,72	63,97	35,54	82,63	66,42	34,97	567,62
REMZİ	85,02	39,13	22,59	66,72	38,19	25,00	66,36	40,12	15,82	398,95
TEKİN	73,33	56,44	37,12	81,00	51,87	51,18	82,00	52,00	29,98	514,91
VELİ	0,00	41,67	14,22	80,87	43,83	19,69	81,22	56,95	21,08	359,53

Ancak bu tablo, hangi çalışanın tam zamanlı/yarı zamanlı işe alınacağını karar verilmesinde bize çok da yardımcı olamayacaktır. Karar vermek için bu verilerin daha sade hale getirilmesi gerekmektedir. Bunun için çalışanların aylara (Haziran, Temmuz, Ağustos) ve dönemlere (yoğun, orta, durgun) göre performanslarına bakılabilir.

Her bir ay için çalışanların yoğun, orta ve durgun dönemde birim saatte kazandıkları paranın ortalaması alınarak Haziran, Temmuz ve Ağustos aylarında birim saatte ne kadar para kazandıkları hesaplanır (bkz. Tablo 2). Bunun yanı sıra, her bir dönem için, çalışanların Haziran, Temmuz ve Ağustos aylarında birim saatte kazandıkları paranın ortalaması alınarak yoğun orta ve durgun dönemde birim saatte ne kadar para kazandıkları hesaplanır (bkz. Tablo 3).

Tablo 2. Çalışanların aylara göre birim zamanda kazandıkları para

	Haziran	Temmuz	Ağustos
MELEK	52,47	57,25	52,17
KÜBRA	50,7	55,93	59,96
TÜLAY	48,69	40,85	37,94
JALE	42,07	55,03	61,99
ÇETİN	54,95	44,35	43,65
CAN	65,13	62,74	61,34
REMZİ	48,91	43,30	40,77
TEKİN	55,63	61,35	54,66
VELİ	27,95	48,13	53,08

Tablo 3. Çalışanların dönemlere göre birim zamanda kazandıkları para

	Yoğun	Orta	Durgun
MELEK	62,71	52,61	46,57
KÜBRA	87,46	50,03	29,09
TÜLAY	70,39	36,91	20,19
JALE	75,60	52,73	30,76
ÇETİN	65,91	45,37	20,04
CAN	85,71	64,06	39,45
REMZİ	72,70	39,15	21,14
TEKİN	78,78	53,44	39,43
VELİ	81,05	47,48	18,33

Bu tablolar oluşturulduktan sonra çeşitli varsayımlarda bulunularak yarı zamanlı ya da tam zamanlı işe alınacak çalışanlar belirlenir. Bunu belirlerken her iki tablodaki veriler karşılaştırılmalı olarak birlikte kullanılabilir. Örneğin, durgun dönemlerde saat başına en fazla kazanan çalışanların tam zamanlı çalıştırılabileceği varsayımı üzerine Tablo 3'e göre durgun zamanda en iyi kazanan kişilerden Can ve Tekin; Tablo 2'deki genel performanslarına göre de en iyi ilk 3 kişi arasında olduğundan Can ve Tekin tam zamanlı olarak işe alınabilir. Tablo 3'e göre durgun dönemde saat başına en fazla para kazandıran kişi Melek'tir. Ancak Tablo 2'ye göre genel performans bakımından en iyi 3 kişiden birisi (Can ve Tekin'in yanı sıra) Kübra olarak görülmektedir. Bu durumda Melek ve Kübra'dan birisi tam zamanlı diğeri de yarı zamanlı olarak işe alınabilir.

Bu noktada kimin yarı zamanlı işe alınması gerektiğine karar vermek için yeni bir varsayımda bulunmak gereklidir. Dönemlerden herhangi birinde saat başına en fazla kazanan çalışanların, o dönemde yarı zamanlı çalıştırılabilecekleri varsayımında bulunulabilir. Buna göre dönem tablosunda yoğun, orta ve durgun dönemlerde en fazla kazanan çalışanlar (genel performansla ilk 3 arasında değilse), yarı zamanlı işe alınıp en çok kazandırdıkları dönemlerde çalıştırılabilir. Buna göre Melek durgun dönemde en fazla kazanan çalışan olduğu için durgun dönemde çalıştırılmak üzere işe alınabilir. Benzer düşünceyle yoğun dönemde Veli ve orta dönemde Jale, en fazla kazanan çalışanlar olduklarından bu dönemlerde çalıştırılmak üzere işe alınabilir. Çetin, Tülay ve Remzi isimli çalışanlar da Tablo 2 ve Tablo 3'e göre saatte en az kazandıran çalışanlar olduğundan tekrar işe alınmamaları yönünde karar verilebilir.

Bu sonuçlardan yola çıkılarak işverene en fazla para kazandıracak şekilde bir çalışma tablosu ortaya koymak gerekirse aşağıdaki gibi bir tablo oluşturulabilir (bkz. Tablo 4). Bu tablo da, her bir dönemde yarı zamanlı olarak işe alınmasına karar verilen çalışanların en iyi kazandıkları dönemler dışında iyi kazandıkları dönemlerde de çalıştırılabileceği varsayımında bulunularak oluşturulur:

Tablo 4. Gelecek yaz dönemi için çalışma tablosu

Haziran			Temmuz			Ağustos		
Yoğun	Orta	Durgun	Yoğun	Orta	Durgun	Yoğun	Orta	Durgun
Can	Can	Can	Can	Can	Can	Can	Can	Can
Kübra	Kübra	Kübra	Kübra	Kübra	Kübra	Kübra	Kübra	Kübra
Tekin	Tekin	Tekin	Tekin	Tekin	Tekin	Tekin	Tekin	Tekin
Veli	Jale	Melek	Veli	Jale	Melek	Veli	Jale	Melek
			Jale	Melek		Jale	Veli	

Not: Bu soruda farklı varsayımlarla (örneğin, ağırlıklı ortalama kullanma) tam zamanlı ve yarı zamanlı çalıştırılacak kişiler daha farklı şekillerde belirlenebilir.

Hangi Konutu Almalı: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Öncelikle Kerem Bey'in aylık ödeyebileceği maksimum ücret $2.700 - 1.200 = 1.500$ TL'dir. Dolayısıyla aylık ödemeler 1.500 TL'yi geçmemelidir. Peşinatta verecekleri 25.000 TL'yi konutların fiyatlarından düşersek, bankadan alınması gereken kredi bulunur. Buna göre,

A konutunu almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $90.000 - 25.000 = 65.000$ TL

B konutunu almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $140.000 - 25.000 = 115.000$ TL

C konutunu almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $120.000 - 25.000 = 95.000$ TL

D konutunu almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $135.000 - 25.000 = 110.000$ TL

E konutunu almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $85.000 - 25.000 = 60.000$ TL

Bu kredi miktarlarının çekilmesi için öncelikle konuta göre ağırlıklı ortalama puanı belirlenmelidir.

Ağırlıklı ortalama puanlamada her bir özellik önem kazanmaktadır ve bu durumda çok rağbet görenden az rağbet görene doğru puanlama kullanılabilir. Buna göre, konut alanının büyümesi ısıtma için gerekli yakıtı artıracığından küçük alana sahip konuta tam puan olan (5'li puanlama) 5 puandan büyük alana doğru 1'er puan azaltılarak en az 1 puan verilebilir. Eğer eşit özellikler söz konusu ise bütün konutlara verilecek toplam puan 15 olacak şekilde orantılı puanlama yapılabilir.

Diğer özelliklerde de istenilenden istenmeyen özelliklere doğru 5 puandan 1 puana doğru azaltılarak puan dağılımı yapılır ve en son olarak bütün özelliklere verilen puanlar toplanarak her bir konut için ağırlıklı ortalama elde edilir. Bu özellikler göz önüne alındığında aşağıdaki tablo elde edilir ve alınması düşünülen konutlara karar verilir.

Özellikler	Satılık Konutlar				
	A	B	C	D	E
Kapladığı alan (m ²)	3	4	1	2	5
Oda Sayısı	2,5	2,5	1	4,5	4,5
Binanın Yaşı	3	2	5	4	1
Merkeze uzaklığı (km)	2	3	5	4	1
Isıtma	4	1,5	4	1,5	4
Fiyatı	4	1	3	2	5
Ağırlıklı Ortalama Puan	18,5	14	19	18	20,5

Bu puanlamaya göre E tipi konut özellikleri göz önüne alındığında en çok ağırlıklı puana sahip konut olarak göze çarpmaktadır (Diğer özellikler de hesaba katıldığında sonuç değişebilir.).

E konutunu almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $85.000 - 25.000 = 60.000$ TL'dir.

Buna göre aşağıdaki tablodaki faiz oranları elde edilir:

Kredi Miktarı ve Vade (Ay)	Bankaların Faiz Oranları Vadelere toplam faiz oranları(%)				Aylık Ödemeler (TL)			
	V	X	Y	Z	V	X	Y	Z
60000 (60)	50,4	57	47,4	49,2	1504	1570	1474	1492
60000 (96)	81,6	100,8	102,72	82,56	1135	1255	1267	1141
60000 (120)	104,4	126	138	110,4	1022	1130	1190	1052

Bu tabloya göre Kerem Bey, kredi çekmek için Y bankasını tercih etmemelidir. Bankaların 96 ve 120 aylık vadelerindeki aylık ödemeler daha düşük görünmesine karşın toplamda ödenecek faiz miktarı daha fazla olduğu için tercih edilmemelidir.

Hangi Otomobili Almalı: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Öncelikle Levent Bey'in aylık ödeyebileceği maksimum ücret $1.776 - 1.200 = 576$ TL'dir. Dolayısıyla aylık ödemeler 576 TL'yi geçmemelidir. Peşinatta verecekleri 10.000 TL'yi otomobillerin fiyatlarından düşersek, bankadan alınması gereken kredi bulunur. Buna göre,

A otomobilini almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $28.000 - 10.000 = 18.000$ TL

B otomobilini almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $29.600 - 10.000 = 19.600$ TL

C otomobilini almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $33.000 - 10.000 = 23.000$ TL

D otomobilini almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $32.000 - 10.000 = 22.000$ TL

E otomobilini almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $35.000 - 10.000 = 25.000$ TL

bulunur. Bu kredi miktarlarının çekilmesi için öncelikle otomobile göre ağırlıklı ortalama ya da puanlama belirlenmelidir. 5 araç olduğu için en düşük özelliğe 1, en yüksek özelliğe 5 puan verilerek hesaplama yapılabilir. Eğer eşit özellikler söz konusu ise bütün araçlara verilecek toplam puan 15 olacak şekilde orantılı puanlama yapılabilir. Buna göre aşağıdaki tablo elde edilir.

Teknik Özellikler	Araç Modelleri				
	A	B	C	D	E
Ağırlık (kg)(Sürücü hariç)	1	2	3	4	5
Yakıt Deposu (l)	1	3	3	5	3
Motor Hacmi (cc)	1	2	5	4	3
Silindir Adedi	1	3,5	3,5	3,5	3,5
Yakıt Türü	1,5	1,5	4	4	4
Maksimum Hız (km/sa)	1	2	5	4	3
Hızlanma (0-100 km/sa)(sn)	1	2	5	4	3
Yakıt Tüketimi (l/100 km)(Şehir dışı)	1	5	4	3	2
Yakıt Tüketimi (l/100 km)(Şehir içi)	1,5	1,5	5	3	4
Yakıt Tüketimi (l/100 km)(Birleşik)	1	2	5	3,5	3,5
Anahtar Teslim Fiyatı (TL)	5	4	2	3	1
Ağırlıklı Puanlama Toplam	16	28,5	44,5	41	35

Bu tabloya göre C model otomobil tercih sebebidir. Buna göre, C otomobilini almak için çekilmesi gereken kredi miktarı, $33.000 - 10.000 = 23.000$ TL'dir.

Kredi Tutarı (TL)	Vade (Ay)	Aylık Taksit (TL)			
		V	X	Y	Z
		C	C	C	C
23000	24	1120	1123	1117	1121
23000	36	810	810	815	818
23000	48	658	660	667	669
23000	60	575	579	582	591

Bu elde edilen ödeme tablosuna göre C modeli için V bankasından 60 ay vadeli 23.000 TL kredi alınmalıdır.

Zıplayan Top: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Topun zıplama sayısına bağlı olarak toplam kaç kez görüldüğü bir dizi olarak ifade edilirse (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17), topun 8 tam zıplamadan sonra 15 metreye ulaşacağı görülebilir. Buradan hareketle, bazı tahmini x değerleri için bir elektronik tablo yazılımı yardımıyla farklı zıplamalar sonucunda topun ulaşacağı maksimum yükseklikler sayısal olarak aşağıdaki şekillerde gösterildiği gibi bulunabilir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			topun ulaşacağı maksimum yükseklik							
2										
3	Zıplama		Yüzde 60	Yüzde 65	Yüzde 70	Yüzde 75	Yüzde 80	Yüzde 85	Yüzde 90	Yüzde 95
4	0		52	52	52	52	52	52	52	52
5	=1+A4		=0.6*C4	=0.65*D4	=0.7*E4	=0.75*F4	=0.8*G4	=0.85*H4	=0.9*I4	=0.95*J4

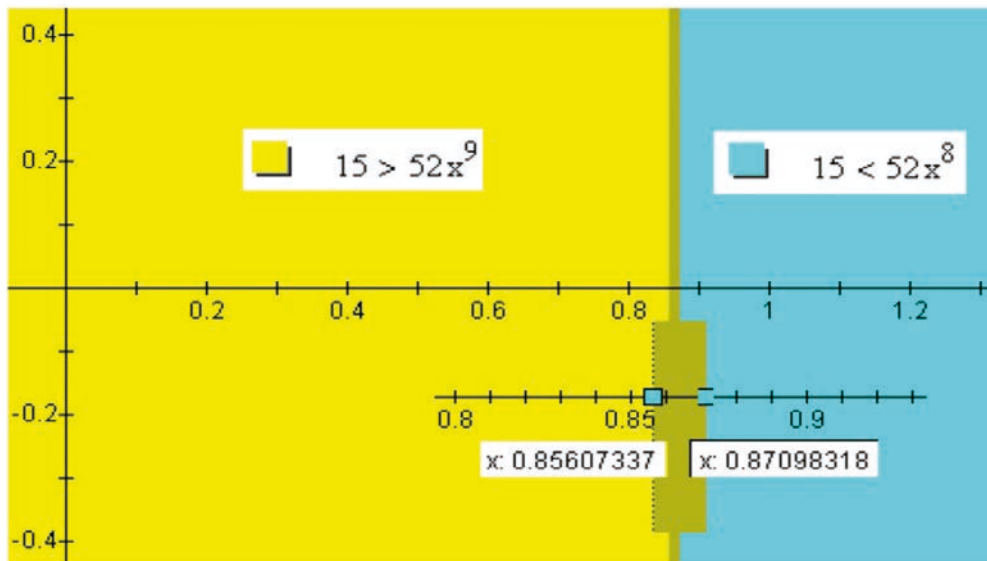
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			topun ulaşacağı maksimum yükseklik							
2										
3	Zıplama		Yüzde 60	Yüzde 65	Yüzde 70	Yüzde 75	Yüzde 80	Yüzde 85	Yüzde 90	Yüzde 95
4	0		52	52	52	52	52	52	52	52
5	1		31.20	33.80	36.40	39.00	41.60	44.20	46.80	49.40
6	2		18.72	21.97	25.48	29.25	33.28	37.57	42.12	46.93
7	3		11.23	14.28	17.84	21.94	26.62	31.93	37.91	44.58
8	4		6.74	9.28	12.49	16.45	21.30	27.14	34.12	42.35
9	5		4.04	6.03	8.74	12.34	17.04	23.07	30.71	40.24
10	6		2.43	3.92	6.12	9.25	13.63	19.61	27.63	38.22
11	7		1.46	2.55	4.28	6.94	10.91	16.67	24.87	36.31
12	8		0.87	1.66	3.00	5.21	8.72	14.17	22.38	34.50
13	9		0.52	1.08	2.10	3.90	6.98	12.04	20.15	32.77

Üretilen değerler incelendiğinde aranan x değerinin 85 ile 90 aralığında olduğu görülmektedir. Bu aralıktaki değerler daha küçük birimlere bölündüğünde daha iyi bir tahminle aranan oranın %86 ile %87 arasında bir değer olduğu gözlenmektedir.

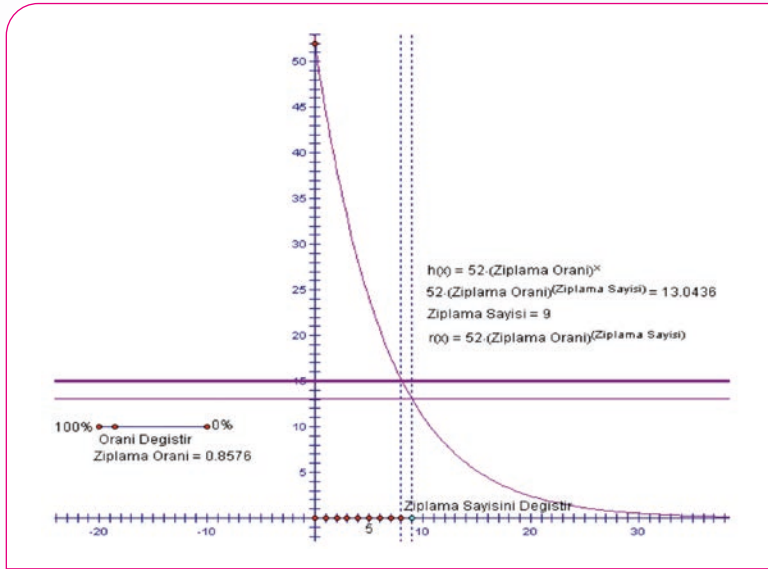
	A	B	C	D	E	F	G	H
1			topun ulaşacağı maksimum yükseklik					
2								
3	Zıplama		Yüzde 85	Yüzde 86	Yüzde 87	Yüzde 88	Yüzde 89	Yüzde 90
4	0		52	52	52	52	52	52
5	1		44.20	44.72	45.24	45.76	46.28	46.80
6	2		37.57	38.46	39.36	40.27	41.19	42.12
7	3		31.93	33.07	34.24	35.44	36.66	37.91
8	4		27.14	28.44	29.79	31.18	32.63	34.12
9	5		23.07	24.46	25.92	27.44	29.04	30.71
10	6		19.61	21.04	22.55	24.15	25.84	27.63
11	7		16.67	18.09	19.62	21.25	23.00	24.87
12	8		14.17	15.56	17.07	18.70	20.47	22.38
13	9		12.04	13.38	14.85	16.46	18.22	20.15

Bu şekilde devam edilerek x değeri hakkında daha kesin değerler bulunabilir. Ancak reel sayı kavramı gereği problem bağlamında aranan x oranının sonsuz sayıda değer için sağlanabildiği görülecektir.

Öte yandan; y , topun t defa zıplayarak bir önceki yüksekliğinin $\%x$ 'i kadar yükselerek ulaşabileceği maksimum yüksekliği ifade etmek üzere, problemde anlatılan durumu $y = 52x^t$ fonksiyonu ile modelleyebiliriz. Topun 8. zıplama sonunda ulaştığı yüksekliğin 15 metreden büyük, 9. zıplama sonunda ise 15 metreden küçük olduğu gerçeği göz önüne alındığında çözüm kümesi $\{x | (52x^8 > 15) \wedge (52x^9 < 15)\}$ olmalıdır. Eşitsizlik sisteminin grafiksel gösteriminden de görüldüğü gibi x değerleri yaklaşık olarak 0,85607337 ile 0,87098318 aralığında olmalıdır.



Problemin, daha ileri bir modellemesi aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi bir dinamik matematik yazılımı kullanılarak da yapılabilir. Şekilde görüldüğü gibi zıplama oranının değeri bir sürgü olarak modellenip hangi değerler için topun 8. zıplamadan sonra $y = 15$ (göz hizası) doğrusunun üstünde, 9. zıplamadan sonra ise altında kaldığı gözlenebilir.

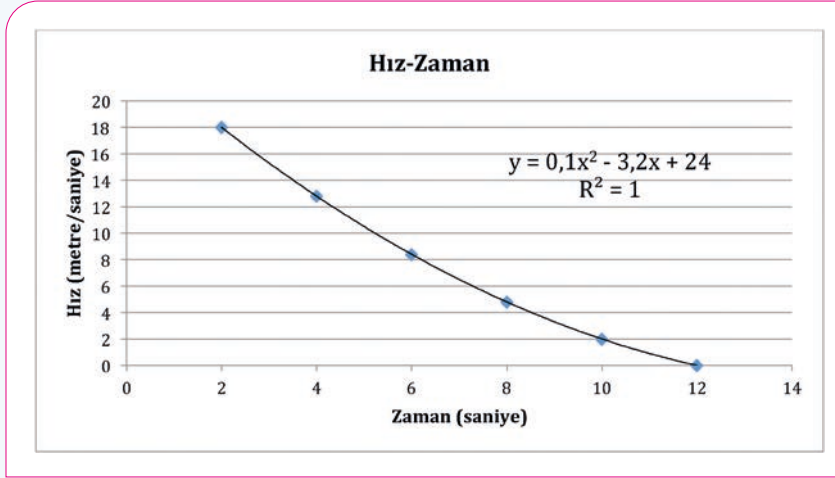


Aracın Durma Mesafesi: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Aşağıdaki tabloda, 2 saniye aralıklarla aracın hızı verilmiştir. Tablodaki değerleri yeniden düzenleyerek zaman aralığını saniye düzeyine indirdiğimiz için hızı da metre/saniye olarak ifade edelim:

Zaman (sn.)	Hız (km/sa.)	Hız (m/sn.)
0	65	18
2	65	18
4	46	12,8
6	30	8,4
8	17	4,8
10	7	2
12	0	0

Tablodaki verileri kullanarak zamana bağlı bir hız fonksiyonu elde etmeye çalışalım. Tablodaki verilere baktığımızda aracın 2. saniyeden itibaren hızı azalmaya başladığı için fonksiyonumuzu o noktadan itibaren tanımlayalım. Bunu bir elektronik tablo (örn. MS Excel) kullanarak yaptığımızda, aracın zamana bağlı hız fonksiyonu olarak $f(t) = 0,1t^2 - 3,2t + 24$ fonksiyonunu elde edebiliriz.



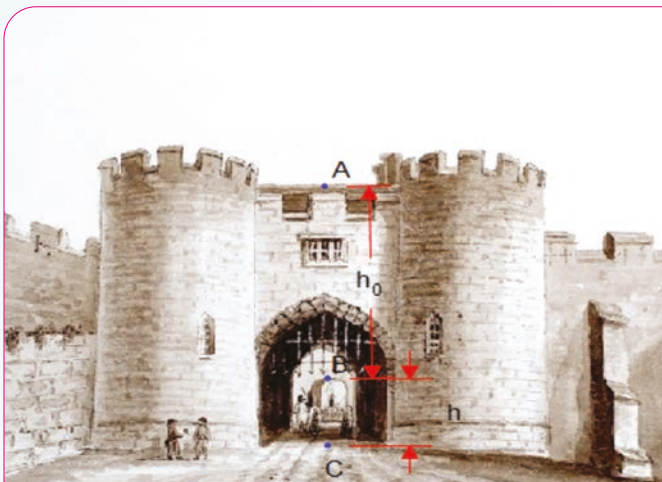
Şimdi $t=0$ anından $t=10$ anına kadar aracın aldığı mesafeyi bulmak için hız-zaman grafiğinin altında kalan alanı hesaplamalıyız. Ancak aracın 2. saniyeden itibaren frene bastığını biliyoruz. Bu durumda bulmamız gereken alan 2. ve 10. saniyeler arasında yukarıda grafikte de görüldüğü gibi ikinci dereceden monoton azalan bir fonksiyonla modellenmiş olan grafiğin altında kalan alandır. Bunun için integral hesabını kullanabiliriz.

$$\text{Alan } F(t) = \int_2^{10} (0,1t^2 - 3,2t + 24) dt$$

Buradan, $F(t) = \frac{0,1t^3}{3} - \frac{3,2t^2}{2} + 24t$, $F(10) = 113,33$ ve $F(2) = 41,86$ değerleri bulunur.

Bu durumda araç, $113,33 - 41,86 = 71,47$ metre yol alarak durmuştur.

Atlamak ya da Atlamamak: Örnek Çözüm Yaklaşımı



Yandaki şekilde A noktasından atlayacak olan dublörün yerden yüksekliği h olan faytonun üstüne düşmesi istenmektedir. Bu nedenle, A noktasından atlayan bir dublör serbest düşüş hareketi yapacaktır.

Serbest düşüşte yükseklik fonksiyonu:

$$h(t) = \frac{1}{2}gt^2 + h_0$$

h: belli bir andaki yerden yükseklik

- h_0 :** belli bir andaki atlama noktasına olan uzaklık
 g : yerçekimi ivmesi sabiti ($9,8 \text{ m/sn.}^2$, düşerken eksi değer alacak)
 t : zaman (sn.)

Atlar faytonu belirli bir hızla çekmesi gerektiğinden, atların yapacağı hızı gösteren fonksiyon aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

Yatay hareket fonksiyonu: $D = v \cdot t$; v : yatay hız, t : zaman

1. Dublörün atlamasını hesaplamada kullanılacak fonksiyon

$$h(t) = \frac{1}{2}gt^2 + h_0 \text{ 'dır.}$$

2. Dublörün atlamasından sonra faytona ulaşması

$$t = \sqrt{\frac{2(h - h_0)}{g}} \text{ sn. kadar süre alacaktır.}$$

3. Faytonun hızı sabit ise $V = 20 \text{ km / sa}$ ise $v = \frac{50}{9} \text{ m/sn.}$ olur.

4. Faytonun tepesine düşmesi istendiği için, faytonun tepesine olan uzaklık:

$$h_0 = \frac{1}{2}gt^2 \text{ dir ve faytonun tepesinin merkezinin düşme noktasına D dersek,}$$

$D = v \cdot t$ olur. Aynı sürede aynı noktaya varacaklarından dolayı,

$$D = v \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \text{ m olarak bulunur. Buradan dublörün atlayacağı nokta atladiğı yüksekliğe}$$

ve faytonun hızına bağlı olarak değişmektedir.

Dergi Satışları: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Derginin geliri satılan dergi sayısı çarpı derginin satış fiyatıdır. x , derginin satış fiyatındaki 50 Kr'luk artışların sayısı olsun. Bu durumda derginin yeni satış fiyatı $5,5 + 0,5x$ olacak ve derginin yeni tirajı da $25000 - 1250x$ olacaktır.

Geliri x 'e bağlı bir fonksiyon olarak $G(x)$ ile gösterirsek:

$$G(x) = (25000 - 1250x)(5,5 + 0,5x) = 625(x + 11)(20 - x) = -625x^2 + 5625x + 137500$$

bulunur. $G(x)$ ikinci dereceden bir fonksiyondur. x^2 nin katsayısı $a = -625 < 0$ olduğundan fonksiyonun değerinin (yani gelirin) maksimum olduğu yer grafiğin (parabolün) tepe noktasıdır.

Tepe noktasının x koordinatı,

$$\frac{5625}{2(625)} = 4,5 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, derginin satış fiyatında $4,5 \cdot 0,5 = 2,25$ TL artış yapılması satıştan elde edilecek geliri en yüksek yapacaktır.

Göl Kirliliği: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Göldeki cıva oranı gölde var olan ve göle karışan cıva miktarı ile göldeki toplam sıvı miktarının oranlanması ile bulunur. Bu oran aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\text{Göldeki cıva oranı } (g / L) = \frac{\text{Göldeki başlangıç cıva miktarı } (g) + (\text{Göle karışan günlük cıva miktarı } (g)) \times (\text{Gün sayısı})}{\text{Göldeki toplam sıvı miktarı } (L)}$$

Buradaki değerler, birimler dikkate alınarak hesaplanacak olursa aşağıdaki sonuçlar bulunur:

- $\text{Gölün ilk cıva oranı} = \%0,00001 = 10^{-7} \text{ g / L}$
- $\text{Göldeki başlangıç cıva miktarı } (g) = (\text{Göldeki başlangıç sıvı miktarı}) \cdot (\text{Gölün ilk cıva oranı})$
- $\text{Göle karışan günlük cıva miktarı} = (100L) \cdot (0,04 \text{ g / L}) = 4g$
- $\text{Göldeki toplam sıvı miktarı } (L) = \text{Göldeki başlangıç sıvı miktarı} + \text{Göle karışan günlük sıvı miktarı}$
 $\text{Göldeki başlangıç sıvı miktarı} = 13,34 \cdot 10^6 \text{ m}^3 = 13,34 \cdot 10^9 L$
- $\text{Göle karışan günlük sıvı miktarı} = 100 \cdot t$

Burada belirtmek gerekir ki göle karışan günlük sıvı miktarı çok düşük olduğu için denklemde dikkate alınmayabilir. Bulunan tüm bu değerler denklemde yerine yazılırsa cıva oranı için,

$$\text{Cıva oranı} = \frac{1334 + 4 \cdot t}{13,34 \cdot 10^9 + 100 \cdot t}$$

eşitliği elde edilir. Gölde biriken cıvanın kuşlara ve çevreye zarar vermemesi için toplam cıva konsantrasyonunun 10^{-6} g/L'yi aşmaması gerekmektedir. Dolayısıyla aşağıdaki eşitsizlik yazılabilir:

$$\begin{aligned} \frac{1334 + 4 \cdot t}{13,34 \cdot 10^9 + 100 \cdot t} &\leq 10^{-6} \\ 1334 + 4 \cdot t &\leq 13340 + 10^{-4} \cdot t \\ 3,9999 \cdot t &\leq 12006 \\ t &\leq 3002 \text{ Gün} \approx 8,2 \text{ Yıl} \end{aligned}$$

Bu sonuca göre göldeki cıva oranı 8,2 yıldan sonra tehlike sınırına ulaşmış olacaktır. Eğer herhangi bir müdahale olmazsa göldeki cıva konsantrasyonu çok düşük olduğu için çok uzun zaman sonra göldeki cıva oranının göle karışan cıva konsantrasyonuna yakınsayacağı görüle-

bilir. Bunu, t sonsuza giderken göldeki cıva konsantrasyonunun limiti şeklinde matematiksel olarak ifade edebiliriz. Gerekli işlemler yapılırsa,

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1334 + 4 \cdot t}{13,34 \cdot 10^9 + 100 \cdot t} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\frac{1334}{t} + \frac{4 \cdot t}{t}}{\frac{13,34 \cdot 10^9}{t} + \frac{100 \cdot t}{t}} \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\frac{1334}{t} + 4}{\frac{13,34 \cdot 10^9}{t} + 100} = \frac{4}{100} = 0,04 \text{ g / L}\end{aligned}$$

elde edilir.

Kazalar Kazalar: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Veriler kullanılarak grafik çizildiğinde ortaya çıkan şeklin parabole benzediği görülecektir. Bu durumda problem tablodan seçilen üç farklı (x, y) sıralı ikilisinin $ax^2 + bx + c = y$ denkleminde yerine yazılmasıyla elde edilen (a, b, c) katsayılarını içeren üç denklemin satır işlemleri ile çözülerek a , b , ve c değerlerinin bulunması ile çözülebilir. Ayrıca minimum değeri veren x değeri h , y değeri k olmak üzere $y = a(x-h)^2 + k$ formundaki denklemin çözülmesi ile de bulunabilir.

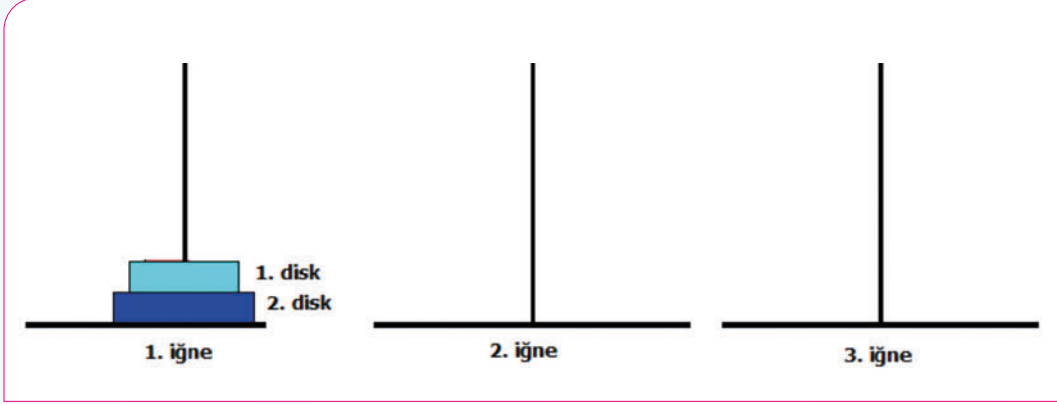
Bir başka yol da Microsoft Excel'de "quadratic regression (ikinci dereceden polinom regresyon, parabolik regresyon)" hesap yöntemini kullanmaktır. Fakat bu yol analitik olmadığından eğitim açısından tercih edilmemelidir.

Kıyamet Saati: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Disk sayısı ile hamle sayısı arasındaki ilişkiyi açıklarsak,

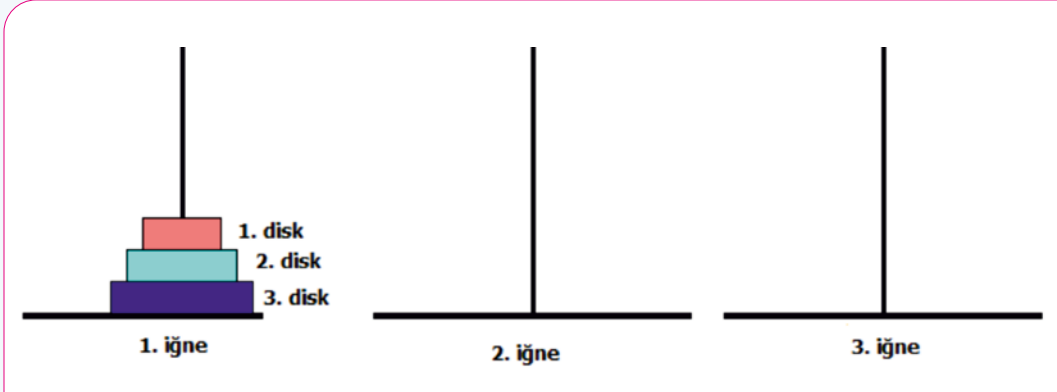
- Önce, 1 disk için düşünelim. 1 diski iğnelerden herhangi birine aktarmak istendiği için yapılabilecek en az hamle sayısı 1 olacaktır.
- Şimdi 2 disk için düşünelim. Yapılabilecek en az hamle sayısı 3 olacaktır.

Açıklama: Aşağıdaki şekilde 1. diski 2. iğneye koyarız (1. hamle). 2. diski 3. iğneye koyarız (2. hamle). Tam bu şekilde durum 1 disk için yaptığımız şekle indirgenir. Dolayısıyla geriye tek bir hamlemizin kaldığını tahmin edebiliriz. Bu da 1. diski 2. iğneden alıp 2. diskin üstüne koymaktır (3. hamle).



- 3 disk için düşünelim. Yapabileceğimiz en az hamle sayısı 7 olacaktır.

Açıklama: Aşağıdaki şekilde, 1. disk 2. iğneye koyarız (1. hamle). 2. disk de 3. iğneye koyarız (2. hamle). 1. disk 2. iğneden alıp 3. iğneye koyarız (3. hamle). 3. disk 1. iğneden alıp 2. iğneye koyarız (4. hamle). Tam bu haliyle durum 2 disk için yaptığımız şekle indirgenmiş olur. Bu nedenle geriye 3 hamlemizin kaldığını öngörebiliriz. Yine de devam edersek, 3. iğnedeki 1. disk boş olan 1. iğneye koyarız (5. hamle). 3. iğnedeki ikinci disk 2. iğneye yerleştiririz (6. hamle). Son olarak, 1. iğnedeki 1. disk 2. iğneye koyarız (7. hamle)



- 4 disk için düşünelim. Yapabileceğimiz en az hamle sayısı 15 olacaktır.

Açıklama: 1. disk 2. iğneye koyalım (1. hamle).
 2. disk 3. iğneye koyalım (2. hamle).
 2. iğnedeki 1. disk, üçüncü iğnedeki ikinci diskin üstüne koyalım (3. hamle).
 3. disk ikinci iğneye yerleştirelim (4. hamle).
 1. disk 1. iğneye koyarız (5. hamle).
 İkinci disk ikinci iğneye koyalım (6. hamle).
 1. disk ikinci iğneye koyarız (7. hamle).
 4. disk 3. iğneye koyarız (8. hamle).
 Tam bu aşamada, durum 3 disk için yaptığımız şekle indirgenmiş olur. Bu nedenle geriye 7 hamlemizin kaldığını öngörebiliriz. Bu şekilde devam edersek:
 1. disk 3. iğneye koyarız (9. hamle).

2. disk 1. iğneye koyarız (10. hamle).
 1. disk 1. iğneye koyarız (11. hamle). 3. disk 3. iğneye koyarız. (12. hamle).
 1. disk 2. iğneye koyarız. (13. hamle).
 2. disk 3. iğneye koyarız (14. hamle).
 Son olarak da 1. disk 3. iğneye koyarız. Tüm diskler 3. iğneye yerleştirilmiştir (15. hamle).

Bulduğumuz bu sonuçları alt alta yazarsak,

1 disk için: 1 hamle,
 2 disk için: $2 + 1 = 3$ hamle,
 3 disk için: $4 + 3 = 7$ hamle,
 4 disk için: $8 + 7 = 15$ hamle.

Devam etseydik, benzer kuralla,

5 disk için: $16 + 15 = 31$ hamle,
 6 disk için: $32 + 31 = 63$ hamle,
 7 disk için: $64 + 63 = 127$ hamle olduğunu bulabilirdik.

Buradan aşağıdaki gibi bir kural olduğu görülür:

1 disk için: 1 hamle = $2^1 - 1$ hamle,
 2 disk için: 3 hamle = $2^2 - 1$ hamle,
 3 disk için: 7 hamle = $2^3 - 1$ hamle,
 4 disk için: 15 hamle = $2^4 - 1$ hamle,

· ·
 · ·
 · ·

n tane disk için: $2^n - 1$ gereken en az hamle sayısıdır.

Soruda 64 disk için sorulmuş. Bu durumda cevabımız $2^{64} - 1$ olacaktır. Soruda ayrıca bu sayıda hamleyi yapmanın ne kadar zaman alacağı bulmamız isteniyor. Her bir hamleyi 1 dakikada yaptığımızı düşünürsek, $2^{64} - 1$ tane hamleyi $2^{64} - 1$ dakikada yaparız.

Bir dakika seçmemizin nedeni ise 64 diskli maketin iğnelerinin uzun olmasıdır, dolayısıyla bunlardan birini çıkarıp diğerine sokmak için örneğin 1 sn. çok az olacaktır. Ayrıca her bir diskin ağırlığı ve kalınlığı da önemlidir. Diskler kalınsa (örn. 3-5 cm) iğnelerden çıkarmak için merdiven gerekebilecek, diskler ağırsa bir de taşımak için adam gerekecektir. Dolayısıyla, bu durumda her bir disk hamlesi birkaç dakika bile alabilir. Ama kolaylık olması açısından 1 dakika alınabilir.

$2^{64} - 1$ dakikanın kaç yıla denk geldiği, diğer bir deyişle efsaneye göre kıyametin ne zaman kopacağını bulmak için hesap makinesi veya elektronik tablo kullanılabilir. Bu durumda (1 yıl = 365 gün 6 saat = 8.766 saat = 525.960 dakika olduğundan) sonuç

$$\frac{2^{64} - 1}{525960} = 35.072.522.765.437,6$$

yıl bulunur.

Kömür Tüketimi: Örnek Çözüm Yaklaşımı

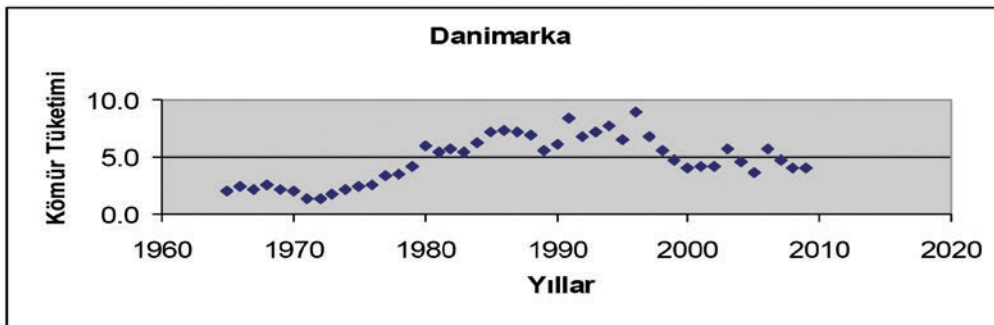
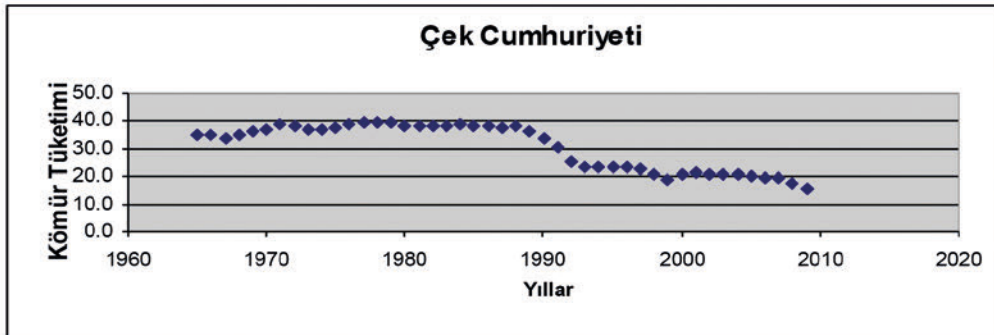
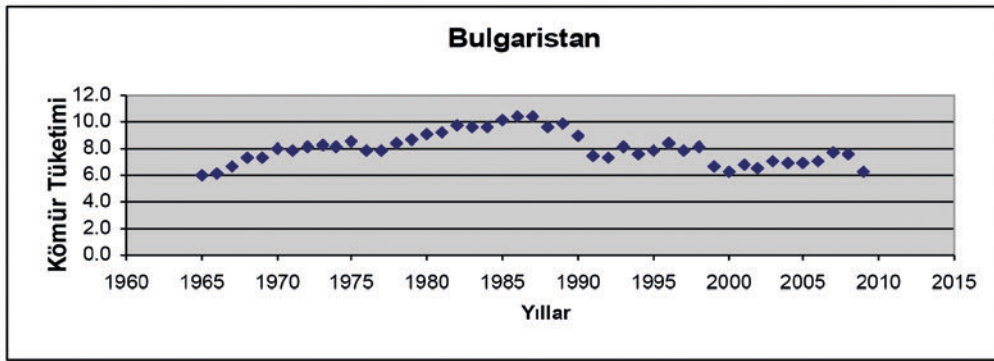
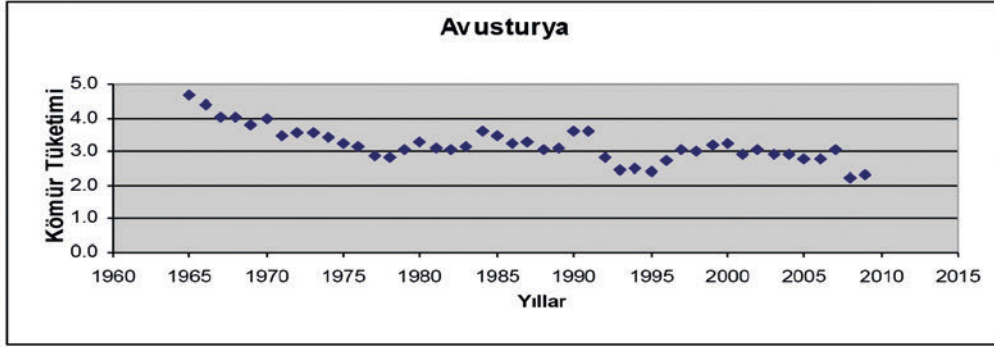
Öncelikle ülkelerin kömür tüketimlerinin yıllara göre değişiminin nasıl olduğuna MS Excel ya da grafik hesap makinesi kullanarak bakmalıyız. Şirket, ülkelere kömür satışı yapacağı için, daha fazla satış için kömür tüketimin artmasını isteyecektir. Bu nedenle, kömür tüketiminde azalan ya da durağan eğilim sergileyen ülkeden ziyade, artan bir eğilim gösteren ülkeyi tercih etmelidir. Örneğin Almanya'da kömür tüketimde azalan bir eğilim varken İzlanda'da tüketim artışı gözükmemektedir. Ancak dikkat edilmelidir ki Almanya'nın kömür tüketim ortalaması yılda 119,4 milyon ton iken İzlanda'nın sadece 0,1 milyon tondur. Yani şirket, Almanya'ya İzlanda'ya oranla çok daha fazla kömür satışı yapma imkanına sahip olabilir. Bundan dolayı üretim kapasitesi çok fazla olan şirketlerin sadece tüketim trendine bakmaktansa ortalama tüketime bakmaları da gerekmektedir. *Biz burada bütün ülkelerin şirketin çıkardığı bütün kömürü tüketme kapasitelerine sahip olduğunu varsayacağız (yani basitleştirme yapacağız).* Bir şirket için en önemli konulardan biri satış yaptığı ülkedeki tüketimin istikrarlı (tutarlı) olmasıdır. Bu noktada verilerin yayılımı (standart sapması) dikkate alınmalıdır. Ancak dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta standart sapmaları karşılaştırırken ölçeklerin aynı olmasıdır. Bundan dolayı tüketimin standart sapmalarının yanı sıra ortalamaları da önem arz etmektedir. Örneğin kömür tüketim ortalaması 30 milyon ton ve standart sapması 8 milyon ton olan bir ülke (Çek Cumhuriyeti), ortalaması yaklaşık 15 milyon ton olup yine standart sapması 8 milyon ton olan bir ülkenin (Türkiye) değerlendirmesi aynı olmamalıdır. Bu nedenle, hangi ülke veya ülkelerle çalışmanın şirket için en iyisi olacağına karar vermek ve karşılaştırmayı doğru yapabilmek için ortak bir ölçek bulmamız gerekir. Bunun için standart sapmanın ortalamaya bölümünden elde edilen "varyasyon katsayısı"nı (*coefficient of variation*) kullanabiliriz.

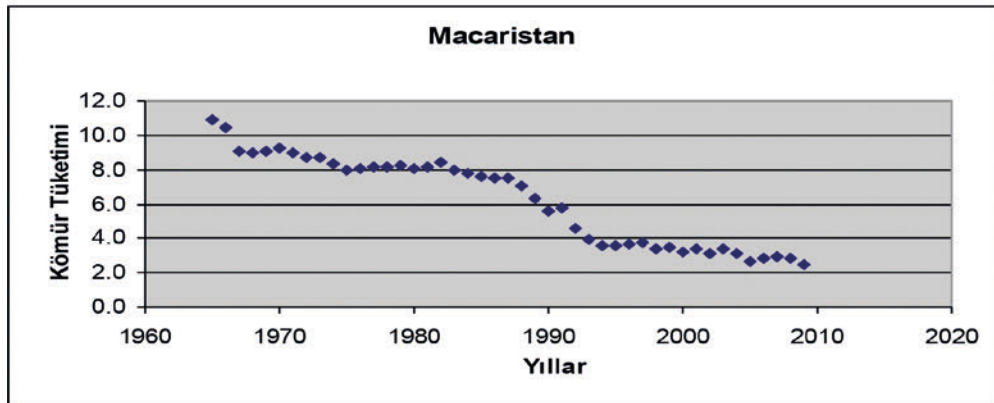
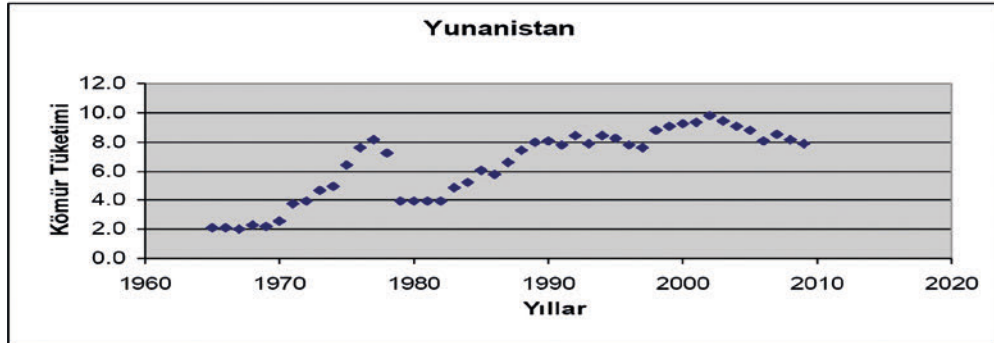
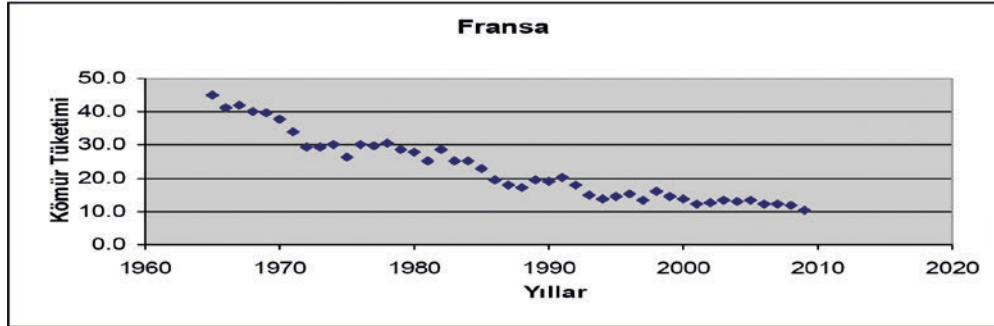
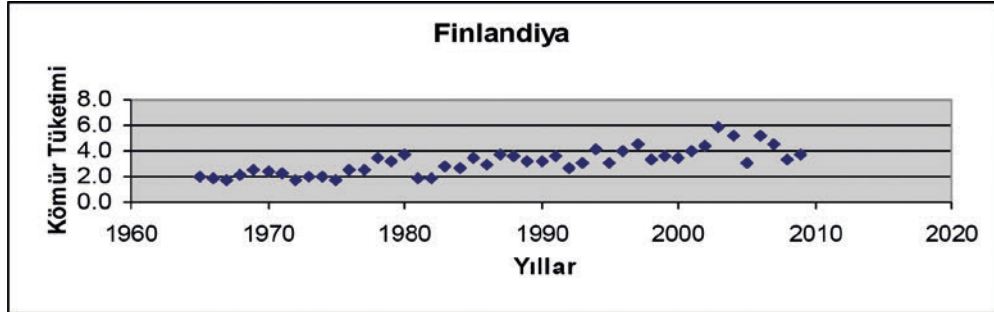
Not: Standart sapma dağılımdaki her bir değer ortalamaya göre ne uzaklıkta olduğunu gösterir. Standart sapma büyüdükçe dağılım yaygınlaşır. Genel olarak standart sapmanın küçük olması ortalamalardan sapmaların ve riskin az olduğunu; büyük olması ise, ortalamadan sapmaların, riskin çok olduğunu ve oynaklığının göstergesidir.

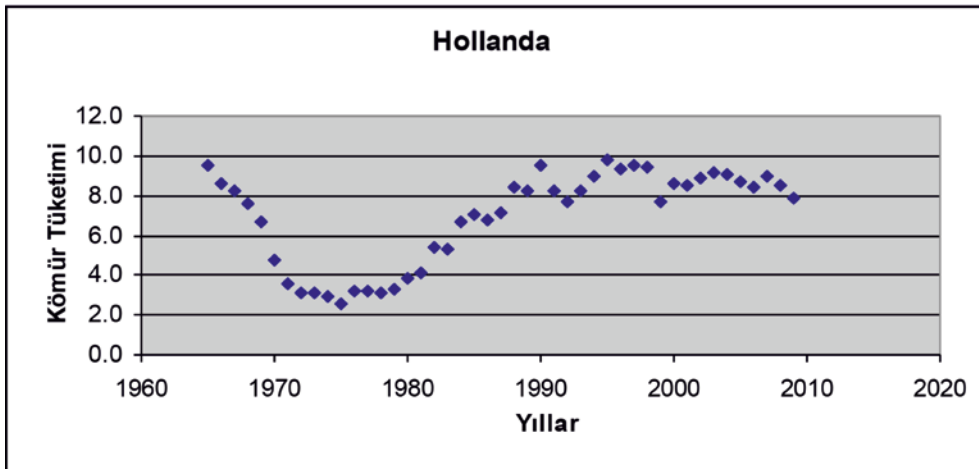
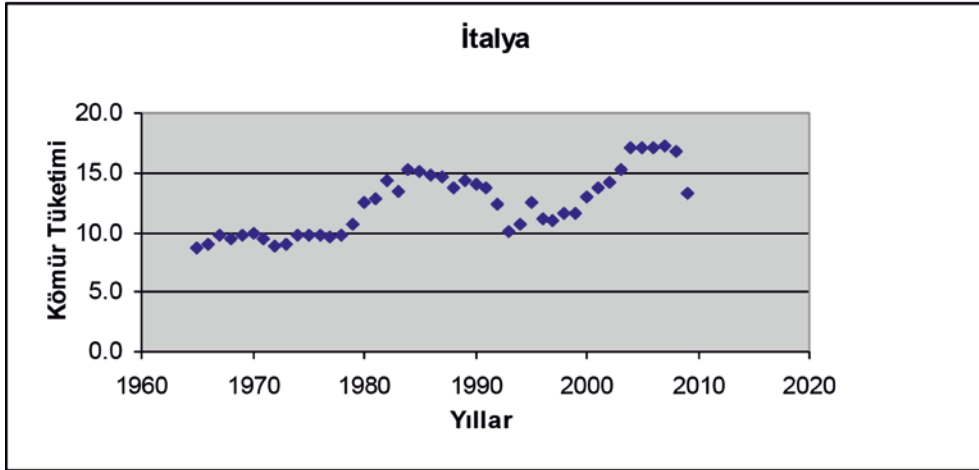
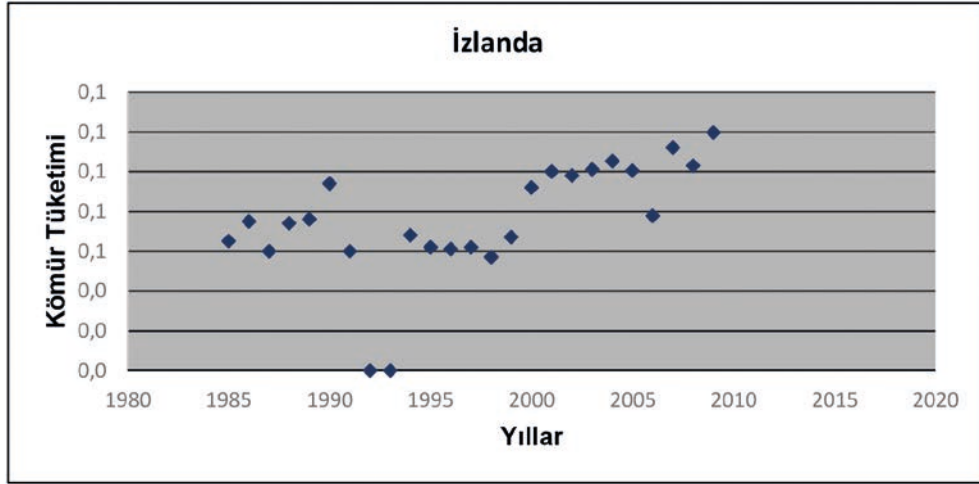
Tablo 1. Ülkelerin kömür tüketimi ile ilgili bazı sayısal veriler.

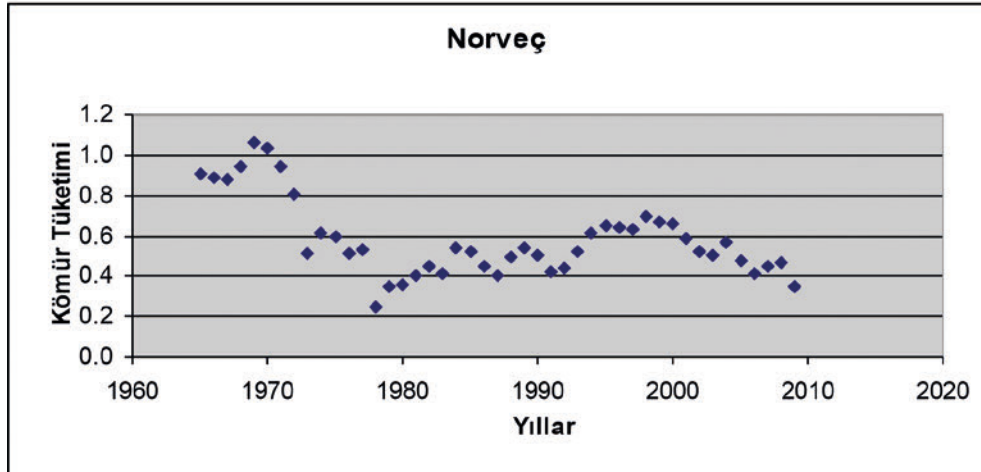
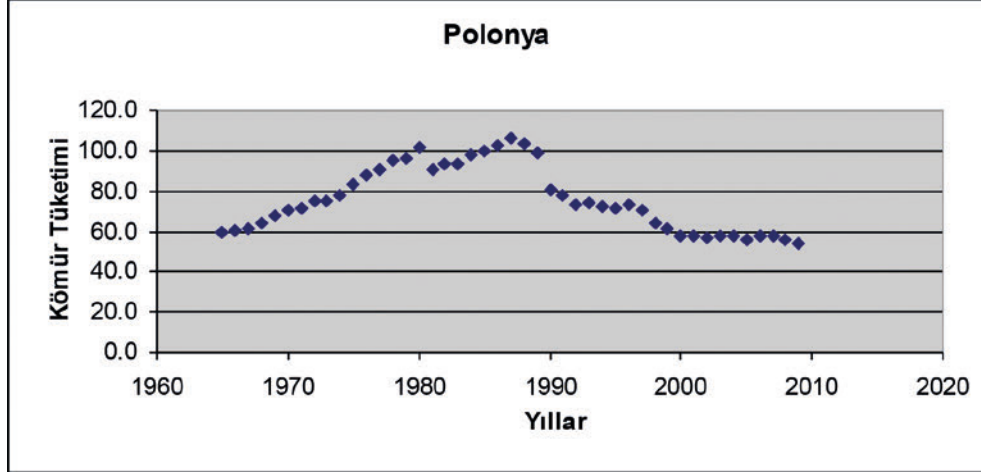
Ülkeler	Ortalama	Standart Sapma	Standart sapma/ortalama	Sıralama	Eğilim(Trend)
Avusturya	3,2	0,52	0,16	2	Nispeten yatay
Belçika-Lüksemburg	10,1	3,61	0,36		
Bulgaristan	8,0	1,18	0,15	1	Nispeten yatay
Çek Cumhuriyeti	30,7	8,37	0,27		
Danimarka	4,7	2,04	0,43		
Finlandiya	3,2	1,00	0,31		
Fransa	22,8	9,82	0,43		
Almanya	119,4	28,38	0,24	7	Yarıya düşüş
Yunanistan	6,4	2,42	0,38		
Macaristan	6,2	2,59	0,41		
İzlanda	0,1	0,02	0,24	8	Artış
İrlanda Cumhuriyeti	1,5	0,67	0,44		
İtalya	12,4	2,62	0,21	3	Artış
Hollanda	6,9	2,37	0,34		
Norveç	0,6	0,19	0,33		
Polonya	75,8	16,30	0,22	4	Önce artış, sonra azalış
Portekiz	2,0	1,54	0,77		
Romanya	9,9	4,13	0,42		
Slovakya	5,8	1,28	0,22	5	Önce artış, sonra azalış
İspanya	15,3	4,99	0,33		
İsveç	1,9	0,46	0,23	6	Önce artış, sonra azalış
İsviçre	0,3	0,23	0,86		
Türkiye	14,2	8,80	0,62		
İngiltere	62,9	22,94	0,36		

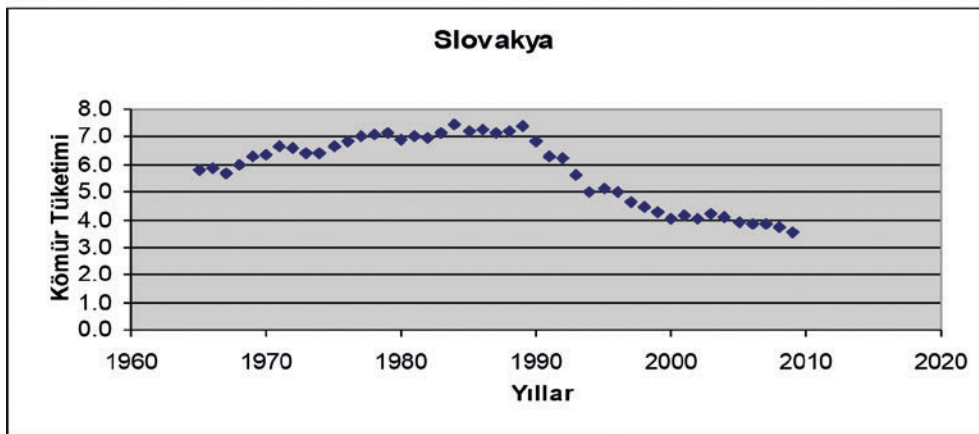
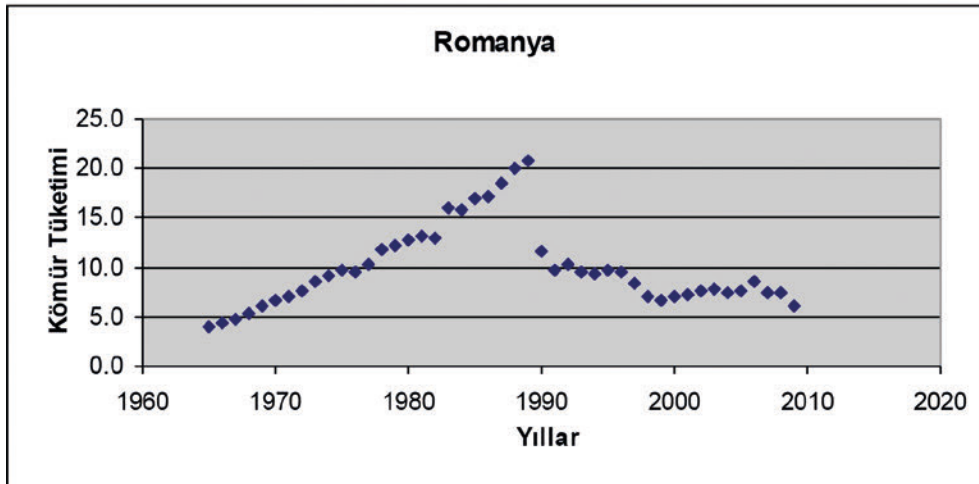
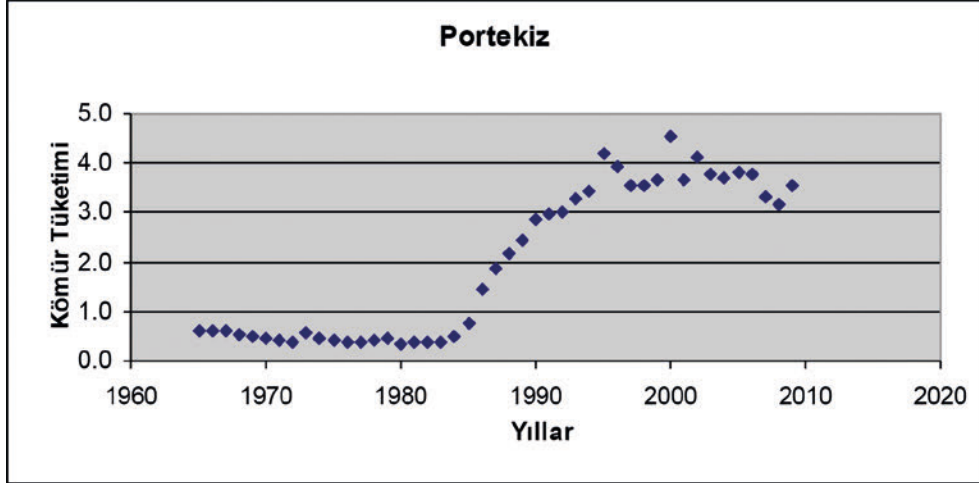
Ülkelerin yıllara göre tükettiği kömür miktarının grafikleri ise aşağıdaki gibidir:

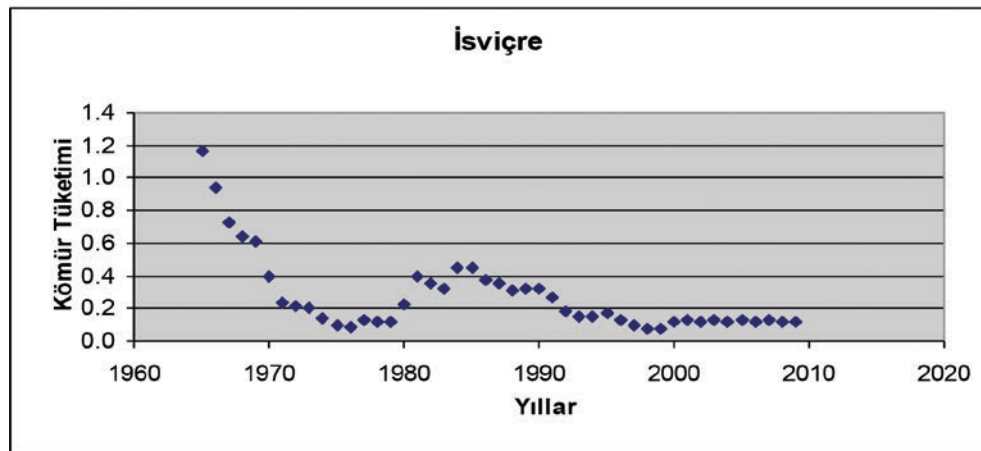
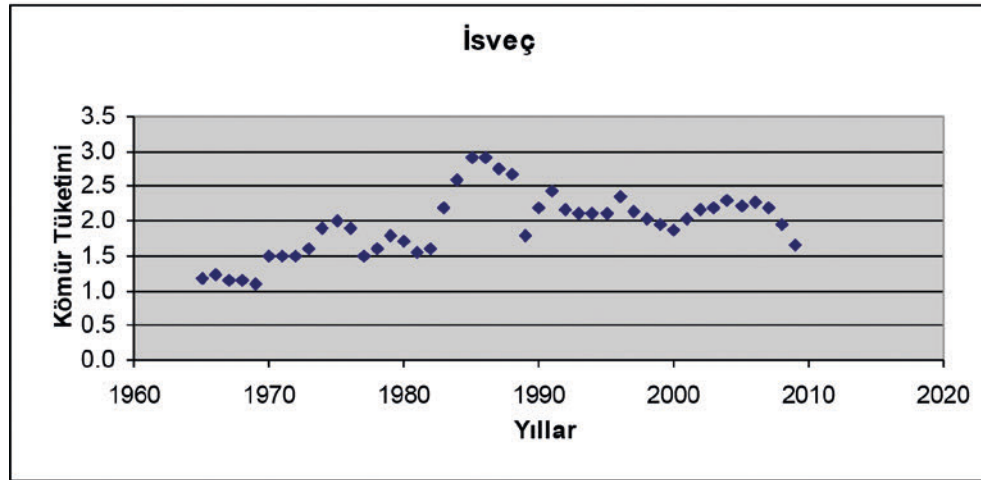
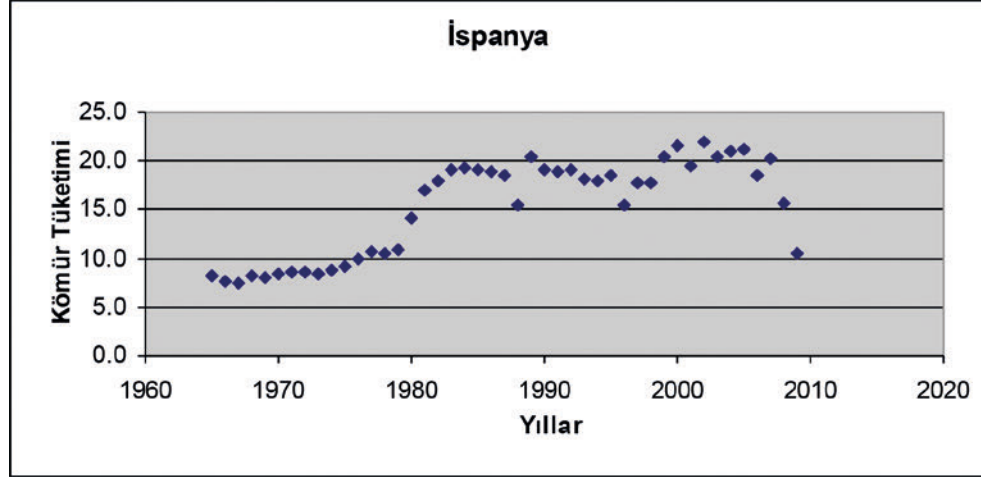


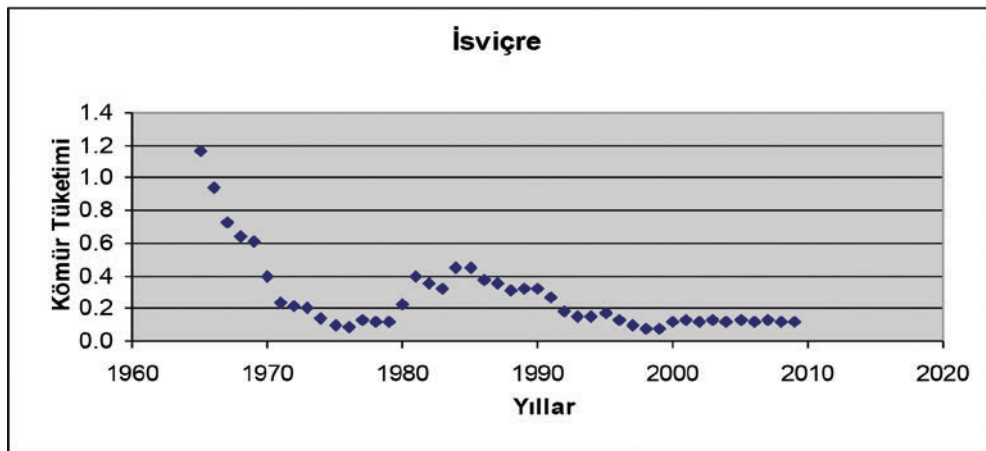
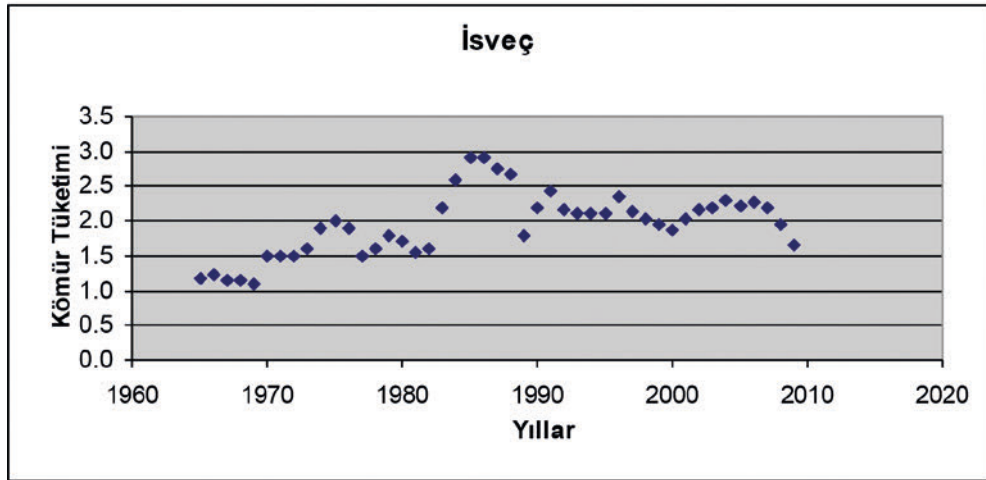
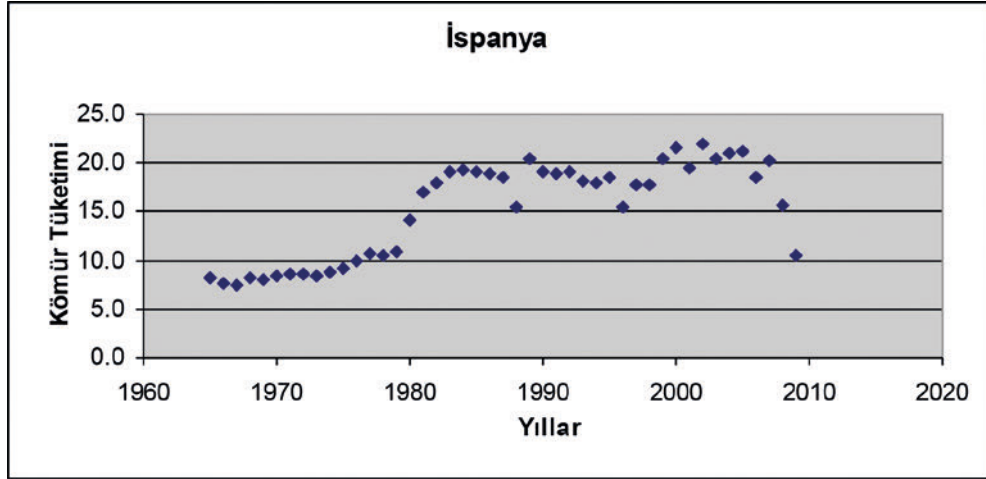


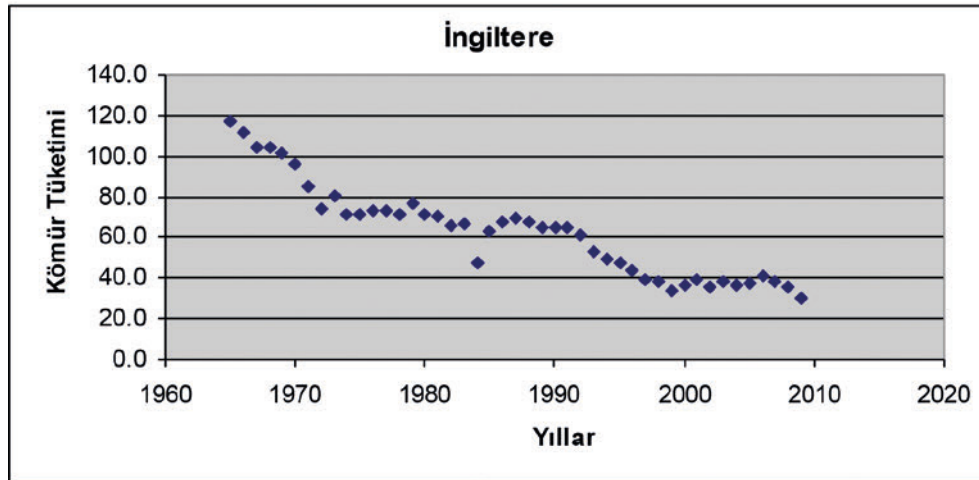
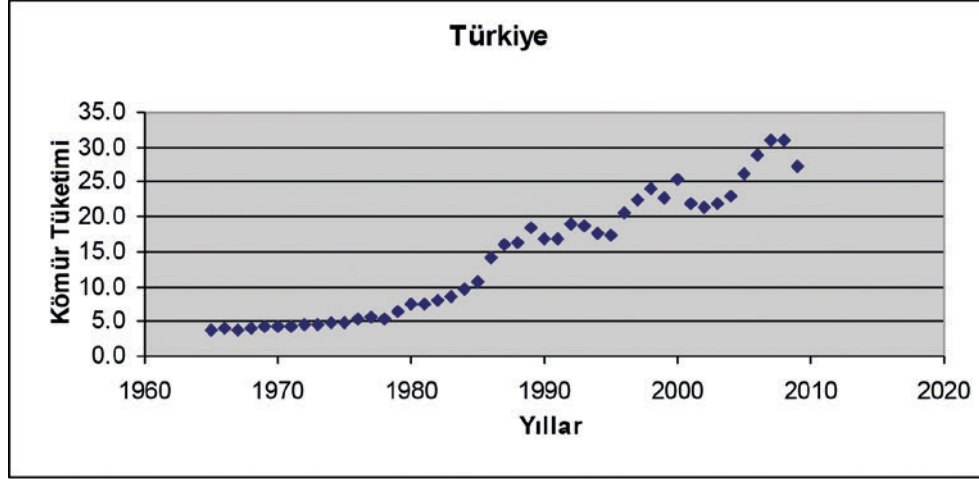












Maksimum Alan: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Not: Aşağıdaki çözümler, probleme sırasıyla sayısal, geometrik ve cebirsel/grafiksel yaklaşımları içermektedir. Zorunlu olmamakla birlikte teknoloji kullanımı, ilgili yaklaşımları özellikle daha alt sınıf seviyelerinde ve sınırlı işlem becerisine sahip öğrencilerle hayata geçirmeyi kolaylaştırabilir ve modelleme süreçlerini hızlandırabilir.

Elimizdeki sınırlı uzunlukta bir çit yapabilecek malzeme olduğu için herhangi bir değerle, örneğin aşağıdaki ilk yaklaşımda olduğu gibi 6 ile problemin çözümüne başlanabilir. Bu değer oluşturulmak istenen bölgenin de çevre uzunluğu olacaktır. Eldeki malzeme ile en büyük dikdörtgen şeklinde bir bölge çevrilmek istenildiğinden, çevrilecek bölgenin nehre gelen kısmını tamamen boş bırakmak, yani sadece üç kenarı çitle çevirmek gereklidir ve bu da amaca uygun olacaktır.

Bu doğrultuda, çevre ile enin iki katının farkının boyu verdiği ve dikdörtgenin alan hesabının en çarpı boy olduğu bilgileri Şekil 1'de de görülebileceği gibi bir hesap çizelgesine programlanabilir. Böylece çevresi 6 birim olan olası dikdörtgenlerin boyutlarını ve buna bağlı alanları tablo halinde listelemek mümkün olacaktır. Buna göre en büyük alan 4,5 br² olarak gözlemlenirken, ilgili dikdörtgende en ve boy arasındaki oranın 1:2 olduğu görülmektedir. Bu durumu bir hipotez kabul ederek farklı çevre değerleri için aynı işlemi yapmak ve bu gözlemin geçerliliğini test etmek mümkündür. Veriler hesap çizelgesinde çizdirilerek çitin eni ile alan arasındaki grafiksel ilişkinin bir parabol olduğu da keşfedilebilir. Bu çerçevede aşağıdaki cebirsel çözüm ile ilişki kurulabilir.

Maksimum Alan-Elektronik Tablo Modelleme/Çözüm

$$\text{Boy} = \text{Çevre} - 2 \cdot \text{En}$$

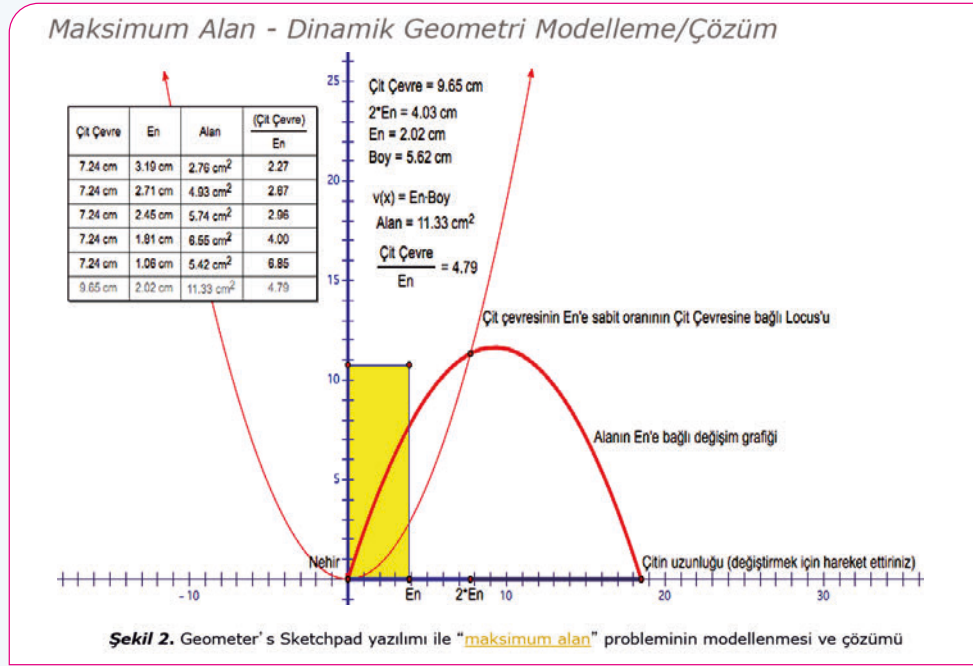
$$\text{Alan} = \text{Boy} \cdot \text{En}$$

	A	B	C
1	Çevre:	6	
2	En Başlangıç Değeri:	0	
3	Ardışık Artırım Miktarı:	0.1	
4			
5			
6	En	Boy	Alan
7	=B2	=\$B\$1-2*A7	=A7*B7
8	=A7+\$B\$3	=\$B\$1-2*A8	=A8*B8

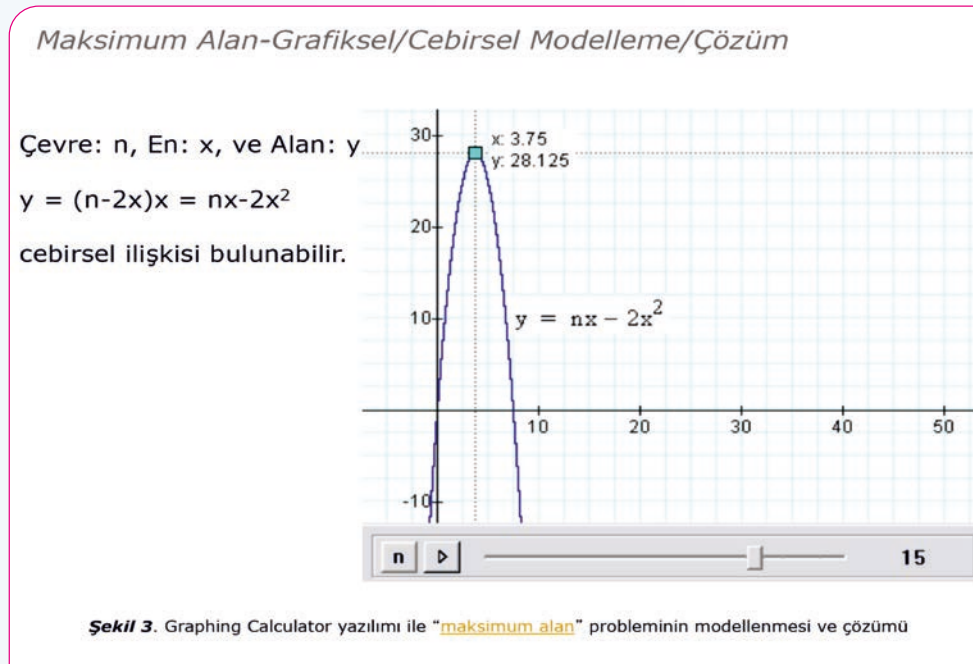
	A	B	C
1	Çevre:	6	
2	En Başlangıç Değeri:	0	
3	Ardışık Artırım Miktarı:	0.1	
4			
5			
6	En	Boy	Alan
7	0	6	0
8	0.1	5.8	0.58
9	0.2	5.6	1.12
10	0.3	5.4	1.62
11	0.4	5.2	2.08
12	0.5	5	2.5
13	0.6	4.8	2.88
14	0.7	4.6	3.22
15	0.8	4.4	3.52
16	0.9	4.2	3.78
17	1	4	4
18	1.1	3.8	4.18
19	1.2	3.6	4.32
20	1.3	3.4	4.42
21	1.4	3.2	4.48
22	1.5	3	4.5
23	1.6	2.8	4.48
24	1.7	2.6	4.42
25	1.8	2.4	4.32
26	1.9	2.2	4.18
27	2	2	4
28	2.1	1.8	3.78
29	2.2	1.6	3.52
30	2.3	1.4	3.22
31	2.4	1.2	2.88
32	2.5	1	2.5
33	2.6	0.8	2.08
34	2.7	0.6	1.62

Şekil 1. Excel yazılımı ile "maksimum alan" probleminin modellenmesi ve çözümü

Problem bir dinamik geometri yazılımı ile (örn. *Geometer's Sketchpad*, *GeoGebra* vb.) dikdörtgenin çevre ve alan bağıntıları kullanılarak geometrik olarak modellenilebilir. Bu çerçevede oluşturulan dikdörtgenin boyutları dinamik olarak değiştirilerek ve elektronik tabloda olduğu gibi gözlem ve varsayımlar test edilebilir. Buna bağlı olarak değişen yapı üzerinde hangi boyutların en büyük alanı ortaya çıkardığı gözlenebilir.



Aynı probleme cebirsel olarak aşağıdaki gibi yaklaşılabilir:



Meyve Suyu Ambalajı: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Öncelikle 330 ml hacmi 330 cm^3 olarak değiştiriyoruz. Silindir biçiminde yarıçapı r ve yüksekliği h olan teneke kutunun hacmine V denilirse,

$$V = \pi r^2 h = 330 \text{ cm}^3 \text{ t'ur.}$$

Silindir biçimindeki teneke kutunun yüzey alanı A ile ifade edilirse,

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi rh \text{ t'ur.}$$

Bu problemde teneke kutuda kullanılacak ambalajın maliyeti düşük tutulmak istenmektedir. Bu nedenle, kullanılacak malzeme en az olmalıdır. Birinci denklem yükseklik (h) türünden yazılıp ikinci denklemde denkleme yerine yazıldığında,

$$A = 2\pi r^2 + \frac{660}{r}$$

denklemini elde edilir. Yüzey alanı A , değişkeni r olan bir fonksiyon şeklinde ifade edildiğinde,

$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{660}{r}$ ifadesi elde edilir. Maliyetin en düşük seviyede olabilmesi için yüzey alanının en az olması gereklidir. Bu da $A(r)$ 'nin 1. türevin sıfır olması durumunda mümkündür. Yani, $A'(r) = 0$ olmalıdır. Böylece aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{660}{r^2} = 0 \Rightarrow r \approx 3,745 \text{ elde edilir. } h \approx 7,49 \text{ bulunur.}$$

Problemin 2. kısmında 12 kutu için en uygun paketleme şekli sorulmaktadır.

Değişik Sayılarda Kutu için Boyutlar	Paketin Boyutları (En x Boy x Yükseklik)	Toplam Yüzey Alanı (cm^2)
$1 \times 1 \times 12$	$2r \times 24r \times h$	2805,005
$1 \times 2 \times 6$	$4r \times 12r \times h$	2244,004
$1 \times 3 \times 4$	$6r \times 8r \times h$	2131,804
$2 \times 2 \times 3$	$4r \times 6r \times 2h$	1795,203

Yapılan hesaplamalarda paketin boyutlarına göre en az yüzey alanı kaplayan paketleme şekli $2 \times 2 \times 3$ tipindeki paketlemedir.

Mikroorganizmalar Nasıl Çoğalır?: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Bakteri sayısı, ne kadar süre bekletildikleri ve bu süre sonunda kaç tane oldukları bilindiğinde, bakterilerin kuşak sayısını ve kuşak süresini hesaplayabilmemizi sağlayacak denklem aşağıdadır.

$$y(t) = y(0) \cdot 2^{\frac{t}{k}}$$

$y(t)$: t süre sonundaki bakteri sayısı,

Dolayısıyla,

$y(0)$: Başlangıç anındaki bakteri sayısı ve

k : Kuşak süresidir.

Şimdi bu formülü nasıl oluşturduğumuzu inceleyelim.

Soruda verilen örnekte, başlangıçta 1 tane olan bir bakteri türünün her 8 dakikada bir sayısını ikiye katladığı ve kuşak süresinin 24 dakika olduğu belirtilmiştir. Veriler elektronik tablo yazılımına (örn. MS Excel) girildiğinde 8 saat sonunda bakterilerin sayısının 1 milyondan fazla (1.048.576) olacağı görülebilir.

Aynı bakteriden başlangıçta 1 adet değil de 16 adet olursa aynı sayıya ulaşması için gereken süre bu kez yaklaşık 6,5 saate (384 dk.) düşecektir.

Kuşak süresini bilmediğimizi düşünelim. Başlangıçta 16 tane bakteri olan koloninin 72 dakika sonunda 128 tane olduğunu düşünelim. (Tabloda da görülüyor.)

$$16 \xrightarrow{72dk} 128, 2^4 \xrightarrow{72dk} 2^7 \text{ olduğundan bakterinin kuşak sayısı } 7 - 4 = 3$$

Yani bakteri sayısı 3 kez 2'ye katlanmıştır.

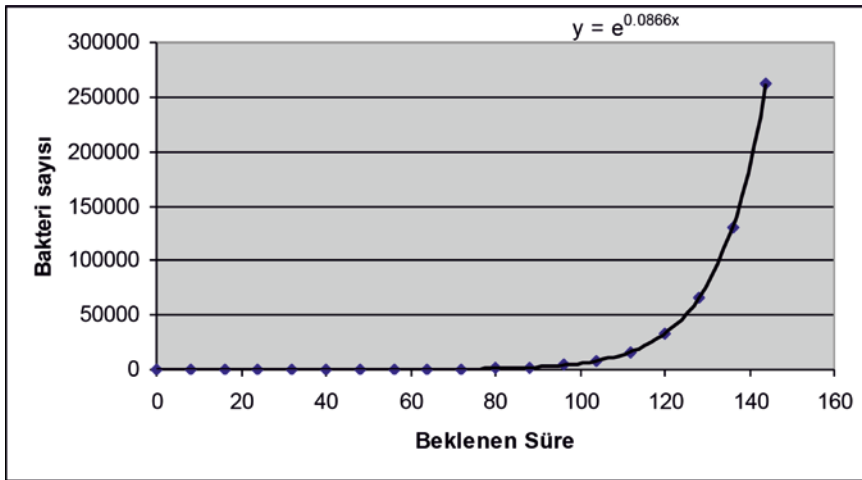
72 dakikada $\longrightarrow$ bakteri sayısı 3 kez 2'ye katlanmışsa,

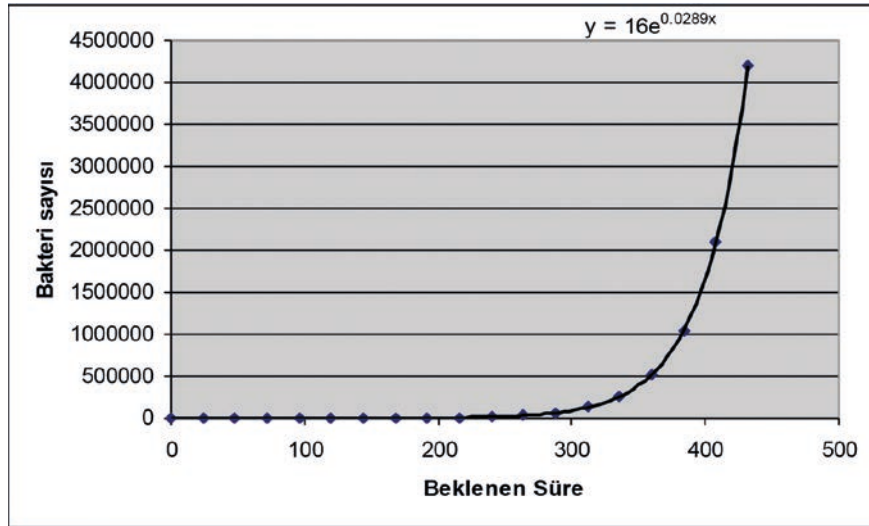
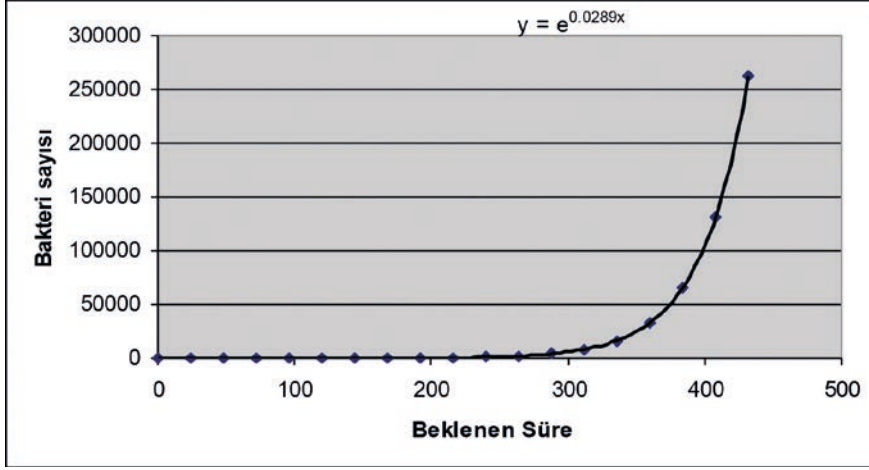
24 dakikada $\longrightarrow$ 1 kere 2'ye katlanmıştır. Yani kuşak süresi 24 dakikadır.

$$\text{Buradan, } \frac{y(t)}{y(0)} = 2^{\frac{\text{Beklenen Süre}}{\text{Kuşak Süresi}}} \text{ ya da, } y(t) = y(0) \cdot 2^{\frac{t}{k}} \text{ elde edilir.}$$

Beklenen süre (dk)	Bakteri sayısı	Beklenen süre(dk)	Bakteri sayısı	Beklenen süre(dk)	Bakteri sayısı
0	1	0	1	0	16
8	2	24	2	24	32
16	4	48	4	48	64
24	8	72	8	72	128
32	16	96	16	96	256
40	32	120	32	120	512
48	64	144	64	144	1024
56	128	168	128	168	2048
64	256	192	256	192	4096
72	512	216	512	216	8192
80	1024	240	1024	240	16384
88	2048	264	2048	264	32768
96	4096	288	4096	288	65536
104	8192	312	8192	312	131072
112	16384	336	16384	336	262144
120	32768	360	32768	360	524288
128	65536	384	65536	384	1048576
136	131072	408	131072	408	2097152
144	262144	432	262144	432	4194304
152	524288	456	524288	456	8388608
160	1048576	480	1048576	480	16777216
168	2097152	504	2097152	504	33554432

MS Excel'de bu verilerin grafiği çizdirildiğinde aşağıdaki grafik ve denklemler elde edilir:





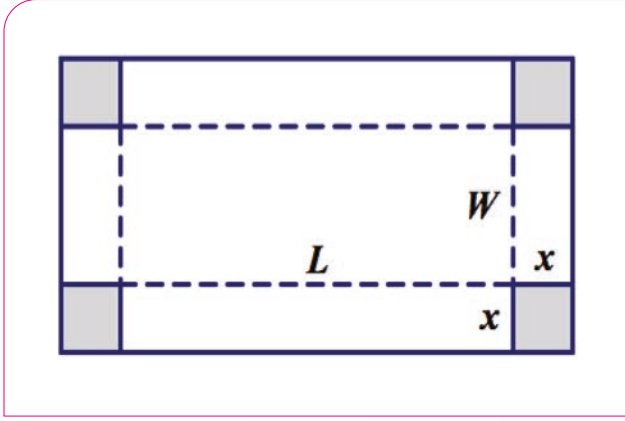
Buradan da denklemler arasında aşağıdaki gibi bir eşitlik kurulabilir:

$$y(t) = y(0) \cdot e^{at} = y(0) \cdot 2^{\frac{t}{k}}$$

a 'yı bulmak için, $y(t) = y(0) \cdot e^{at} = y(0) \cdot 2^{\frac{t}{k}}$ eşitliğini, her iki tarafın logaritmasını alarak çözersek

$a = \frac{\ln 2}{k}$ bulunur. Ulaştığımız denklemlerin doğruluğu verilerle sağlanması yapılarak görülebilir.

Patlamış Mısır Kutusu: Örnek Çözüm Yaklaşımı



48 cm $\times$ 24 cm boyutunda dikdörtgen şeklindeki karton levhalardan yapılacak olan patlamış mısır kutusunun açık hali yukarıda çizilmiştir. Buradan dikdörtgenin uzun ve kısa kenarları L, W ve x cinsinden aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$2x + L = 48 \Rightarrow L = 48 - 2x$$

$$2x + W = 24 \Rightarrow W = 24 - 2x$$

Patlamış mısır kutusunun hacmi $V = L \cdot W \cdot x$ bulunur. Burada L, W ve x değişkenlerinin pozitif değerler alması gerektiği göz önüne alındığında, x'in alacağı değerlerin $0 < x < 12$ aralığında olması gerektiği açıktır.

L ve W yerine x türünden değerleri yazılarak aşağıdaki fonksiyon elde edilir:

$$V = (48 - 2x)(24 - 2x)x = 4(x^3 - 36x^2 + 288x)$$

V fonksiyonunun türevini sıfır yapan x değerlerinde fonksiyonun yerel maksimumu ya da yerel minimumu vardır.

$$\frac{d}{dx}V = \frac{d}{dx}[4(x^3 - 36x^2 + 288x)] = 4(3x^2 - 72x + 288)$$

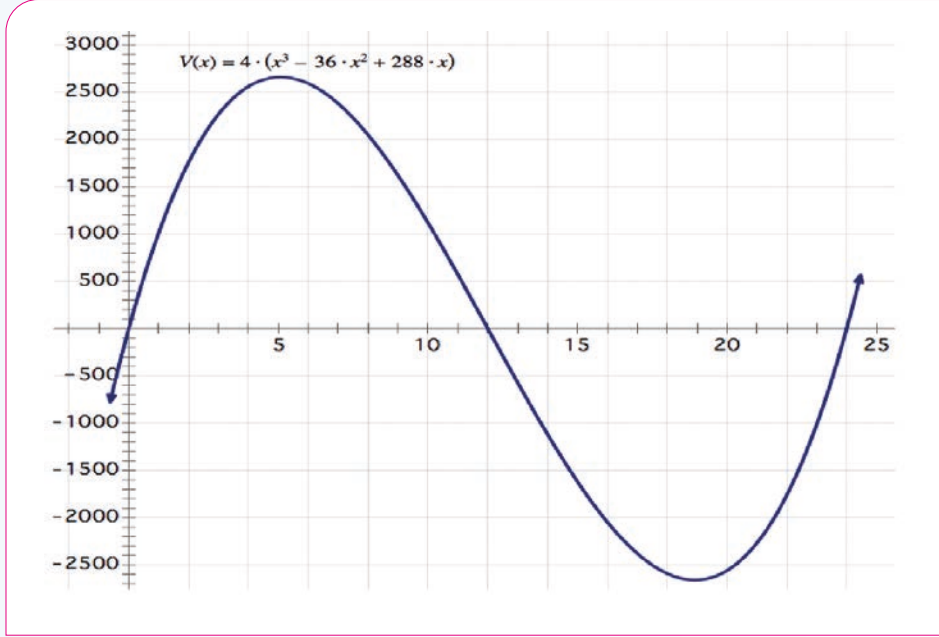
$$\frac{d}{dx}V = 0 \Rightarrow 4(3x^2 - 72x + 288) = 0 \Rightarrow x \approx 5 \vee x \approx 19$$

bulunur. $x = 19$ değeri fonksiyonun tanım aralığında olmadığından sadece $x = 5$ için V fonksiyonunun aldığı değerin minimum mu yoksa maksimum mu olduğuna karar vermek gerekir. Bunun için V fonksiyonunun ikinci türevine bakılmalıdır.

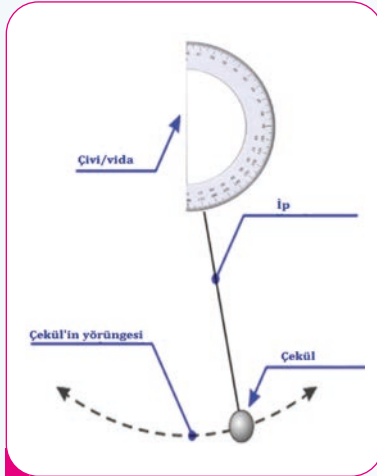
$$\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{d}{dx}[12(x^2 - 24x + 96)] = 12(2x - 24)$$

İkinci türev fonksiyonu $x = 5$ için negatif değer alır. Bu da bize hacim fonksiyonunun, yani V'nin $x = 5$ noktasında maksimum değerini aldığını gösterir. Böylece yüksekliği 5 cm olarak aldığımızda, $V = 2.660 \text{ cm}^3$ lük maksimum hacme sahip kutular elde edilecektir. Mısırlar tepeleme doldurulamayacağından bu değer en fazla mısır alma kapasitesine sahip kutuların hacmini verir.

Sorunun çözümü türev kullanmadan V fonksiyonunun grafiği kullanılarak da bulunabilir.



Sarkaçlı Saati Nasıl Tamir Edelim? : Örnek Çözüm Yaklaşımı



Şekil 1. Basit sarkaç

Saatin devresine herhangi bir müdahale olmayacağından, saatin geri kalmasının sebebi saatin sarkacının olması gerektiğinden yavaş salınmasıdır. Diğer bir deyişle sarkacın periyodunun 1 sn. olması gereken yerde 1,5 sn. olması saatin geri kalmasına sebep olmaktadır.

O halde saatin tamir edilebilmesi için sarkacın periyodunun düzeltilmesi gerekmektedir. Bunun için gerekli materyaller (ip, ağırlık, açıölçer) kullanılarak basit bir sarkaç oluşturulur (Şekil 1) ve sarkacın bir gidiş-geliş süresini (yani periyodunu) etkileyebilecek faktörler belirlenir.

Buna göre sarkacın periyodunu etkileyen faktörler:

1. Sarkaç ipinin uzunluğu
2. İpin ucundaki ağırlık
3. Sarkacın salınım için bırakıldığı açı.

Her bir değişkenin sarkacın periyodu üzerindeki etkisini görebilmek için diğer iki değişken sabit tutulur ve üçüncü değişkenin farklı değerleri için periyodun nasıl değiştiğine bakılır (Tablo ya da grafikte). Bu şekilde toplanan verilerin analizi sonucunda ipin ucundaki ağırlığın ve salınım için bırakılan küçük açının sarkacın periyodunu göz ardı edilebilecek kadar az etkilediği görülür. Periyodu etkileyen tek değişken sarkaç ipinin uzunluğudur. Ancak saati tamir edebilmemiz için bu bilgi yeterli değildir. Bunun için periyot ile ipin uzunluğu arasındaki ilişkiyi veren fonksiyonu bulmamız gerekir. İpin ucundaki ağırlık ve bırakılan açı sabit tutularak farklı uzunluktaki ipler için periyodun nasıl değiştiğine bakıldığında:

P = Periyot

L = Sarkaç ipinin uzunluğu olmak üzere, $P = 0,2\sqrt{L}$ fonksiyonu elde edilir.

Bu fonksiyondan yararlanarak, periyodu 1,5 saniyeden 1 saniyeye indirmek için ipin uzunluğunu yaklaşık 31,25 cm kısaltmak gerektiği bulunur.

(**Not:** Burada 0,2 değeri, G yerçekimi ivmesi olmak üzere, $\frac{2\pi}{\sqrt{G}}$ oranına eşittir.)

Satranç Tahtası: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Satranç tahtasının karelerine konacak buğday tanelerinin sayısını (a_n) dizisi ile gösterebiliriz. Buna göre dizinin 64 elemanı olmalıdır. Bu elemanlardan bazılarını şu şekilde olacaktı:

$$(a_n) = (1 = a_1, 2 = a_2, 4 = a_3, 8 = a_4, 16 = a_5, \dots)$$

(a_n) dizisinin ardışık herhangi iki terimi arasındaki oranın hep 2, yani sabit olduğu görülmektedir. Bu şekilde ardışık herhangi iki terimi arasındaki oranın sabit olduğu diziler bir geometrik dizi belirtir. Daha genel bir ifadeyle,

(a_n) dizisinde, $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için, $\frac{a_{n+1}}{a_n} = r$ olacak biçimde bir $r \in \mathbb{R}$ varsa, (a_n) dizisine geometrik dizi;

r sayısına da bu geometrik dizinin ortak oranı veya ortak çarpanı denmektedir.

Bu tanıma göre; $(a_n) = (a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n, a_{n+1})$ bir geometrik dizi ise,

$$a_2/a_1 = a_3/a_2 = a_4/a_3 = \dots = a_{n+1}/a_n = r \text{ olur.}$$

Şimdi, satrancın mucidinin isteğini yerine getirmek için sultanın satranç tahtasının son karesine kaç buğday tanesi koymas gerektiğini bulalım.

$a_1 = 1$ olmak üzere, 2, 3, ..., $n - 1$. karelere konması gereken buğday tanelerinin sayısını sırayla yazalım: $a_2 = r \cdot a_1 = 2$, $a_3 = r \cdot a_2 = 4$, $a_4 = r \cdot a_3 = 8$, ..., $a_n = r \cdot a_{n-1} = 2 \cdot a_{n-1}$ bulunur.

Bu eşitlikleri, taraf tarafa çarparsak $a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \dots a_n = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{(n-1) \text{ tane}} \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{n-1}$ bulunur.

Gerekli sadeleştirmeler yapılırsa, $a_n = 2^{n-1}$ bulunur. O hâlde, sultanın satranç tahtasının n. karesine koyması gereken buğday miktarı $a_n = 2^{n-1}$ dir. Buna göre, tahtanın son karesine 2^{63} buğday tanesi konması gerekir.

Genel olarak, (a_n) bir geometrik dizi ve $r \in \mathbb{R}$ ise, $a_{n+1}/a_n = r$ dir. n yerine $1, 2, 3, \dots, n-1$ değerleri sırayla yazılırsa, $a_2 = r \cdot a_1$, $a_3 = r \cdot a_2$, $a_4 = r \cdot a_3$, $\dots$, $a_n = r \cdot a_{n-1}$ bulunur. Bu eşitlikler taraf tarafa çarpılırsa,

$$a_n = \underbrace{r \cdot r \cdot r \cdot \dots \cdot r}_{(n-1) \text{ tane}} \cdot a_1 \cdot \cancel{a_2} \cdot \cancel{a_3} \cdot \dots \cdot \cancel{a_{n-1}} \Rightarrow a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \text{ bulunur.}$$

Diğer bir deyişle, (a_n) geometrik dizisinin ilk n teriminin toplamı, S_n ,

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = a_1 + a_1 \cdot r + a_1 \cdot r^2 + \dots + a_1 \cdot r^{n-1} \text{ yazılabilir. Buradan,}$$

$$S_n = a_1 (1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{n-1}) = a_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r} \text{ bulunur.}$$

$$(a_n) \text{ geometrik dizisinin ilk } n \text{ teriminin toplamı } S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \sum_{k=1}^n a^k \text{ ise}$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r} \text{ dir.}$$

Mucidin isteğini karşılayabilmek için sultanın toplam kaç buğday tanesi vermesi gerektiğini şu şekilde bulabiliriz:

Dizinin ilk terimi 1, ve ortak çarpanı 2 olduğu için, dizinin ilk 64 teriminin toplamı:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63} = \frac{2^{64} - 1}{2 - 1} = 18.446.744.073.709.551.615 \text{ buğday tanesi gereklidir.}$$

En düşük kalite buğdayın 1000 tanesinin yaklaşık 12,7 gram geldiği düşünülürse, sizce dünyadaki tüm buğdaylar bu kadar buğdayı sağlamaya yeter mi? Neden?

Süt İneklerinin Dengeli Beslenmesi: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Amacımız, çiftlikteki hayvanların mısır ve soya fasulyesinden oluşan günlük besin ihtiyacını karşılarken yem giderlerini en aza indirmektir. Dikkate almamız gereken değişkenler:

x : arpa miktarı,

y : soya küspesi miktarı,

z : maliyet (yem giderleri)

olmalıdır. Tabloda verilen maliyetler dikkate alındığında, x , y ve z değişkenleri aşağıdaki denklemle ilişkilendirilir:

$$z = x + 2y \quad (*)$$

Dikkate almamız gereken koşullar,

Bu özel yem günlük en az 1200 kg kullanılmaktadır. Yani,

$$x + y \geq 1200 \quad (1)$$

olmalıdır.

Bu özel yemdeki protein miktarının en az %25 olması önerilmektedir. Bu ifade, aşağıdaki eşitsizliği yazmamıza imkân verir:

$$0,12x + 0,5y \geq 0,25(x + y) \quad (2)$$

Benzer şekilde, yemdeki lif oranının da en çok %8 olması ile aşağıdaki ifadeyi yazarız:

$$0,05x + 0,12y \leq 0,08(x + y) \quad (3)$$

(1), (2) ve (3) deki ifadeleri sadeleştirerek sırasıyla aşağıdaki ifadeleri elde ederiz:

$$x + y \geq 1200$$

$$0,13x - 0,25y \leq 0$$

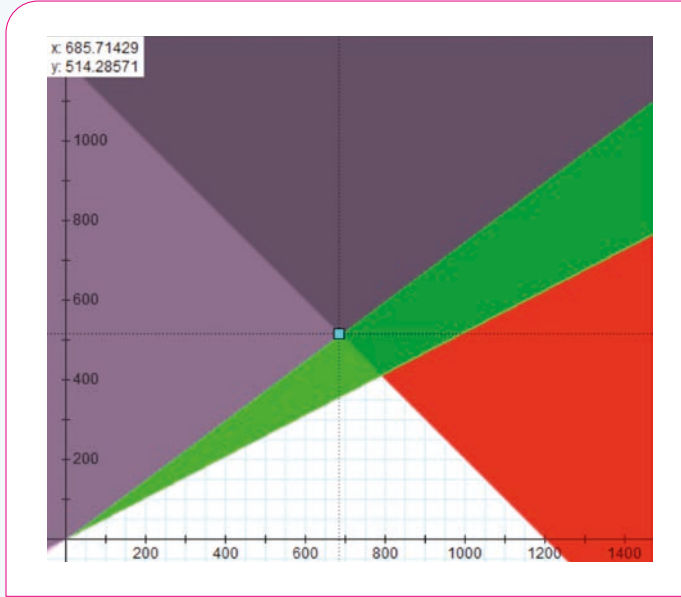
$$-0,03x + 0,04y \geq 0$$

Bu eşitsizlik sistemini ve (*) denklemini göz önüne alırsak, çözümü grafiksel olarak görebiliriz. Aşağıdaki şekilde taralı alan bu eşitsizliklerin muhtemel çözümünü verir.

$$\blacksquare x + y > 1200$$

$$\blacksquare 0.13x - 0.25y < 0$$

$$\blacksquare -0.03x + 0.04y > 0$$



Grafikten de açıkça görüldüğü gibi minimum maliyet,

$x = 685,71$ kg ve $y = 514,29$ kg ($x + y \geq 1200$ ve $-0,03x + 0,04y \geq 0$ denklemlerinin kesiştiği nokta) için elde edilir. Bu durumda en düşük maliyet, $z = 685,71 + 2(514,29) = 1714,29$ TL olacaktır.

Aman Petrol, Canım Petrol: Örnek Çözüm Yaklaşımı

	Petrol Çıkarsa	Arazi Kuru Çıkarsa
Sondaj yapılırsa	100.064.000TL	-15.200.000TL
Arazi Satılırsa	10.680.000TL	10.680.000TL

Arazide petrol çıkma olasılığı % 25 iken petrol çıkmama olasılığı, yani alanın kuru çıkma olasılığı ise % 75'tir.

$$[100.064.000 - 15.200.000] \cdot \begin{bmatrix} 0,25 \\ 0,75 \end{bmatrix} = [13.616.000] \text{ dir. Bu durumda}$$

$(0,25)(100.064.000\text{TL}) + (0,75)(-15.200.000) = 25.016.000 - 11.400.000 = 13.616.000$ TL bulunur.

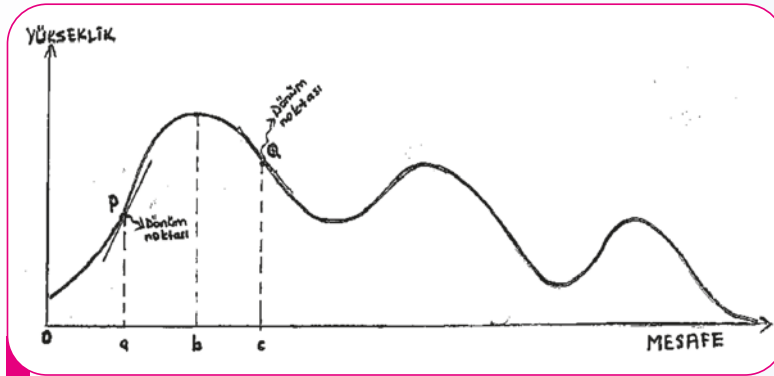
Dolayısıyla,

$13.616.000 > 10.680.000$ olduğundan, sondaj yapılması daha kârlı olacaktır. Birden fazla arazi olduğunda da olasılıkları hesaba katmak en iyi stratejidir.

Ücretsiz Lunapark Treni: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Soruda istenen, belirtilen şartlara uygun olan herhangi bir lunapark tren yolunun mesafeye göre yükseklik grafiğini çizmektir. Bu tren yolu en az üç yerde ani aşağı iniş içermeli ve bu yolun eğiminin mutlak değeri 5,67'yi geçmemelidir. Bu şartlar göz önünde bulundurularak çizilebilecek tren yolu modellerinden biri aşağıdaki gibi olabilir (bkz. Şekil.1).

Burada 5,67 olarak verilen eğime karşılık gelen eğim açısı kullanılabilir. Bu eğimin, 80° lik bir açıya karşılık geldiği hesap makinesi kullanılarak kolaylıkla bulunabilir ($\tan 80^\circ = 5,67$). Buna göre çizilen eğrinin herhangi bir noktasındaki teğetin yatayla yapmış olduğu referans açısı 80° yi geçmemelidir.



Şekil 1. Örnek tren yolu modeli

Eğri üzerindeki her noktada çizilen teğetin eğimine bakmak makul bir yöntem olmaya-
cağından yalnızca eğiminin maksimum olması muhtemel yerlere, yani eğrinin dönüm (büküm)
noktalarına bakmak yeterli olacaktır (örn. P noktası ve Q noktası). Bunun için büküm noktaların-
daki teğetin yatayla yapmış olduğu referans açının yolcuların güvenliği açısından 80° den
büyük olup olmadığına açı ölçer yardımıyla karar verilir.

Benzer şekilde, eğrinin diğer dönüm noktalarındaki teğetlerin eğimi bulunur ve böylece
önerilen lunapark tren yolu güvenilirlik açısından test edilmiş olur.

Yolcuların heyecanı ise iniş yolunda yolun eğiminin artarak azaldığı bölgede doruğa
çıkılmaktadır. Şekildeki grafiğe bakıldığında (b-c) aralığındaki yolda, özellikle c'ye yakın olan
bölümde heyecanın en üst seviyede olduğu söylenebilir. Benzer şekilde yolcuların heyecanının,
çıkış yolunda eğimin artarak arttığı bölgede yani (0-a) aralığında, özellikle a'ya yakın olan
bölümde en aza indiği söylenebilir. Benzer şekilde, önerilen tren yolunun hangi bölgelerinde
heyecanın azaldığı ya da arttığını söylemek mümkündür.

Köfte Savaşları: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Soruda verilenleri aşağıdaki tablodaki gibi düzenleyelim (tablodaki artı (+) işareti satışlardaki artışı gösterirken eksi (-) işareti azalmayı göstermektedir.)

Yengeç Köfte Istakoz Köfte	Soğanlı	Soğansız
	Soğanlı	Soğansız
Soğanlı	+200 TL	-240 TL
	-200 TL	+240 TL
Soğansız	-300 TL	-400 TL
	+300 TL	+400 TL

Diğer bir yol olarak, soruda verilenler elemanları (y_i, p_j) biçiminde sıralı ikililer olacak şekilde aşağıdaki gibi bir matris kullanarak da düzenlenebilir. Burada y , Yengeç Köfte'nin satış durumunu, p Istakoz Köfte'nin satış durumunu göstermek üzere, alt indislerden 1 soğanlı köfte satmayı, 2 ise soğansız köfte satmayı işaret etmektedir.

$$\begin{bmatrix} a_{11}(y, p) & a_{12}(y, p) \\ a_{21}(y, p) & a_{22}(y, p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (200, -200) & (-300, 300) \\ (-240, 240) & (-400, 400) \end{bmatrix}$$

- Yengeç Köfte için en iyi strateji nedir?
Yengeç Köfte için en iyi strateji her iki köftecinin de soğanlı köfte satmasıdır.
- Istakoz Köfte için en iyi strateji nedir?
Istakoz Köfte için en iyi strateji her iki köftecinin de soğansız köfte satmasıdır.

Hastanız İlacı Nasıl Kullansın: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Hastaya verilen ilk doz: 300 mg (50 kg olan hasta için)

Kandaki Konsantrasyon (mg/l)	Zaman (sa.)
12	0
10	1
7.0	3
5.0	5
3.5	7
2.5	9
2.0	11
1.5	13
1.0	15
0.7	17
0.5	19

Yandaki tablodaki veriler Excel'e girilerek denklem yazdırılırsa, aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$y = 11,62e^{-0,17x}$$

$$c(t) = 11,62e^{-0,17t}$$

$$x = t = 0 \text{ için}$$

$$c(t) = c_0e^{-0,17t}$$

Bu durumda herhangi bir T anında kandaki konsantrasyonun zamanla değişimini veren denklem:

$$c(T) = c_0e^{-kT}$$

Kandaki Konsantrasyon (mg/l)	Zaman (saat)	$12e^{-0,17t}$
12	0	12
10	1	10.1
7.0	3	7.2
5.0	5	5.1
3.5	7	3.7
2.5	9	2.6
2.0	11	1.8
1.5	13	1.3
1.0	15	0.9
0.7	17	0.7
0.5	19	0.5

Görülüyor ki,

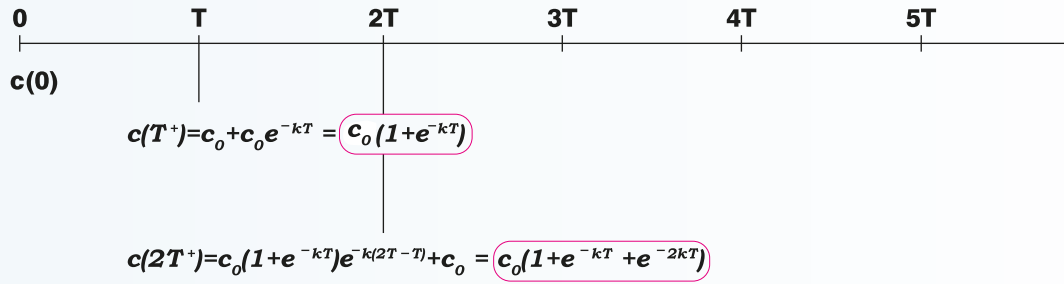
$c(T) = c_0e^{-kT}$ denklemi veriyle uyumludur.

T anında tekrar ilaç verileceği için ilaç verildikten sonra,

$$c(T^+) = c_0 + c_0 e^{-kT} = c_0(1 + e^{-kT})$$

T ile 2T arasındaki konsantrasyon ise,

$$c(2T^+) = c_0(1 + e^{-kT})e^{-k(2T-T)} + c_0 = c_0(1 + e^{-kT} + e^{-2kT})$$



Bu şekilde devam edersek,

$$c(nT^+) = c_0(1 + e^{-kT} + e^{-2kT} + \dots + e^{-nkT})$$

Konsantrasyon uzun sürede hangi değerleri alıyor, 20 mg/l'nin üstüne çıkıyor mu? Biliyoruz ki, $r < 1$ için,

$$1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{n-1} = \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

Dolayısıyla,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c(nT^+) = \frac{c_0}{1 - e^{-kT}}$$

$$c(nT^+) = \frac{c_0}{1 - e^{-kT}}$$

Matematiksel modelimizi kurduk, şimdi soruya dönelim.

$$c(nT^+) = \frac{c_0}{1 - e^{-kT}} = 20 \text{ olmasını istiyoruz. Başlangıç dozunu bulmalıyız.}$$

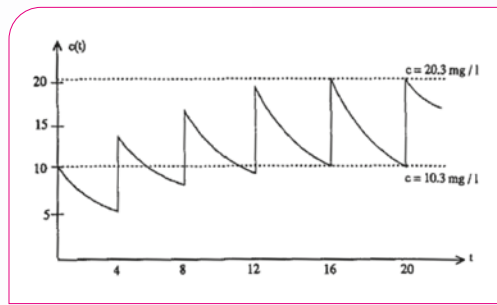
$$\frac{c_0}{1 - e^{-kT}} = 20 \Rightarrow c_0 = 20(1 - e^{-kT}) \text{ ve } k = 0,17 \text{ olduğunu biliyoruz.}$$

Dolayısıyla bu denklemi sağlayan farklı T ve c_0 ikilileri bulabiliriz.

T	c_0	D ($D/V=c_0 \Rightarrow D=25c_0$)	C(T) $c(T)=c_0 e^{-0.17T}$	
1	3,12	78	2,6	Bu eşleşmelerin tamamı birkaç dozdan sonra 20 mg/l'ye çıkıp, zamanla düşecek, ama hiçbir 20mg/l'yi geçmiyor
2	5,76	144	4,1	
3	7,99	200	4,8	
4	9,86	247	5,0	
6	12,78	320	4,6	
8	14,86	372	3,8	
12	17,39	435	2,3	
16	18,68	467	1,2	
18	19,06	477	0,9	
24	19,66	492	0,3	

HASTAYA ÖNERİ: Her 4 saatte bir 250 mg. alması.

Çözümün kontrolü: Bu durumda grafik aşağıdaki gibi olur.



Minimum konsantrasyon= 5,1 mg/l

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c(nT^+) = 20,3$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c(nT) = 10,3$$

EK: Denklemi en başta Excel'de buldurmadan kendimiz de bulabilirdik. İlacın böbreklerden atılma miktarının, vücuttaki ilaç miktarıyla orantılı olduğu biliniyor.

$$\frac{dc}{dt} = -kc$$

$$\frac{dc}{c} = -kdt$$

$$\int \frac{dc}{c} = \int -kdt$$

$$\ln c = -kt + c_1$$

$$e^{\ln c} = e^{-kt} \cdot e^{c_1}$$

$$c(t) = c_0 e^{-kt}$$

Posta Sorunu: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Soruda amacımız, en büyük hacimli gönderinin boyutlarını hesaplamaktır. Bu nedenle bulmamız istenen aslında hacmi maksimum yapacak boyutları bulmaktır. Yani soru şu şekilde ifade edilebilir:

x, y, z sırasıyla en, boy ve yükseklik olmak üzere, *Maksimum* $(x, y, z) = ?$

Koşullar:

1) $x + y + z = 90$

2) $x \cdot y \cdot z \leq 60$

1) İfadesinin $x = 90 - y - z$ bulunur. Bu durumda,

$$x \cdot y \cdot z = (90 - y - z) \cdot y \cdot z = 90yz - y^2z - yz^2 = f(y, z)$$

Bu ifadeyi maksimum yapacak y, z değerlerini bulmak için, ifadenin sırasıyla y ve z değişkenlerine göre türevini almamız gerekir.

$$f_y(y, z) = 90z - 2yz - z^2 = 0 \Rightarrow 90 - 2y - z = 0 \Rightarrow z = 90 - 2y$$

$$f_z(y, z) = 90y - y^2 - 2yz = 0 \Rightarrow 90 - y - 2z = 0 \Rightarrow 90 - y - 2(90 - 2y) = 0 \Rightarrow y = 30 \text{ bulunur.}$$

Buradan,

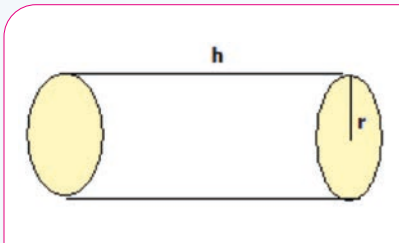
$$z = 90 - 2y, y = 30 \Rightarrow z = 30 \text{ bulunur.}$$

$x + y + z = 90$ olduğundan $y = 30$ ve $z = 30$ için

$$x = 30 \text{ bulunur.}$$

Dolayısıyla, en büyük hacimli gönderi küp şeklinde, dolayısıyla boyutları birbirine eşit ve 30 cm olarak bulunur.

Tomar şeklindeki gönderiler düşünüldüğünde en büyük hacimli silindirin araştırılması gerekir.



r , silindirin yarıçapı; h , yüksekliği olmak üzere, *Maksimum* $(\pi \cdot r^2 \cdot h) = ?$

Koşullar:

1) $4r + h \leq 104$

2) $2r \leq 90$

3) $h \leq 90$ olmalıdır. Bu durumda,

Maksimum $(\pi \cdot r^2 \cdot h)$ bulmak için h yerine, 1. koşuldaki bilgiden $(104 - 4r)$ yazabiliriz.

$$f(r) = \pi r^2(104 - 4r) = 104\pi r^2 - 4\pi r^3$$

Bu fonksiyonun değerini maksimum yapacak r değerini bulmak için fonksiyonun r 'ye göre türevini almamız gerekir.

$$f'(r) = 208\pi r - 12\pi r^2 = 0$$

Buradan,

$$r = 0 \text{ veya } 208\pi - 12\pi r = 0 \Rightarrow r = 17,333 \text{ bulunur.}$$

$$r = 17,333 \Rightarrow h = 104 - 4r = 34,666 \text{ bulunur.}$$

$2r = 34,666$ olduğundan sonuç, en büyük hacimli gönderi için çapı ve yüksekliği birbirine eşit olacak şekilde hazırlanmış olması gerekmektedir.

$$\text{Maksimum hacim} = \pi r^2 h = 3,14 \times 17,333^2 \times 34,666 \approx 32,703$$

Bulunan bu hacim, diğer bulduğumuz paketleme şekinden daha fazla hacme sahiptir.

$$32,703 > 27,000$$

Görevliye, maksimum hacmi elde etmek için bütün boyutların birbirine eşit olacak şekilde paketlenmesi gerektiği belirtilir. Ayrıca tomar (silindir) halinde paketlenmesinde küp şeklinde yapılan paketlemeye göre daha fazla hacim sağlanabilmektedir.

Üretim Hatası: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Hatalı ürün serilerini gösteren sayıları bir dizi gibi düşünersek bu dizinin ilk sekiz terimi 50, 137, 211, 289, 374, 443, 540, 610 dur. Dizinin ardışık terimleri arasındaki farklar sırasıyla $137 - 50 = 87$; $211 - 137 = 74$; $289 - 211 = 78$; $374 - 289 = 85$; $443 - 374 = 69$; $540 - 443 = 97$; $610 - 540 = 70$ dir. Bu farkların ortalaması ise

$$\frac{87 + 74 + 78 + 85 + 69 + 97 + 70}{7} = 80$$

bulunur. Üretim hatası olması muhtemel kilitlerin seri numaralarını tahmin etmek için aşağıdaki aritmetik dizi formülü kullanılabilir:

$$s_1 = 80 \text{ olmak üzere } n \geq 2 \text{ için } s_n = s_{n-1} + 80$$

Bu formülü kullanarak, üretim hatası olması muhtemel sonraki 3 seri,

$$s_9 = 720, s_{10} = 800, s_{11} = 880 \text{ dir.}$$

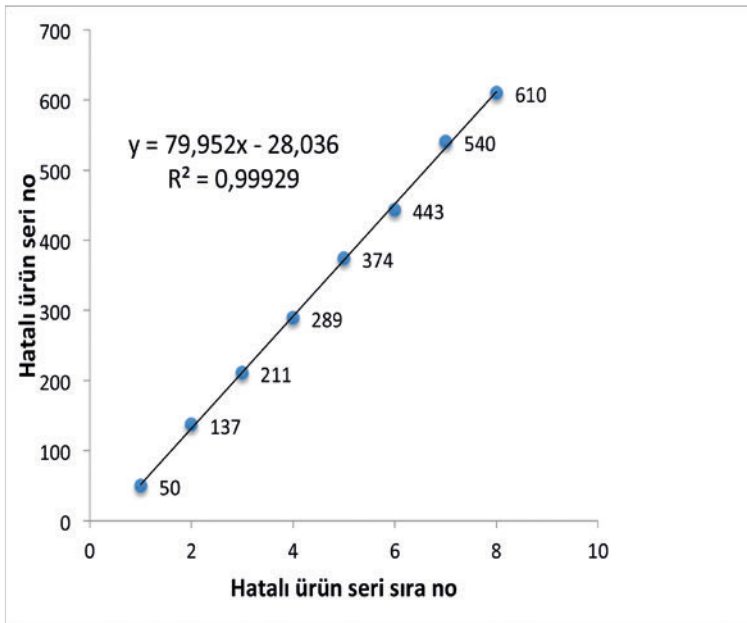
$\frac{50000}{80} = 625$ olup, $s_{625} = 50000$ dir. Bu durumda 50.000 seriden yaklaşık 625 tanesi hatalı üretim olabilir.

Diğer bir yaklaşım:

Hatalı seri sıra no (x)	1	2	3	4	5	6	7	8
Hatalı seri no (y)	50	137	211	289	374	443	540	610

verilerini aşağıdaki gibi bir saçılma diyagramı olarak çizdirip interpolasyon doğrusunu bulmak olabilir. Buna göre veri setini modelleyen doğrusal interpolasyon denklemi,

$y = 79,952x - 28,036$ yardımıyla sonraki hatalı seriler $x = 9, 10, 11$ değerleri kullanılarak sırasıyla 691, 771 ve 851 olarak (tam sayı değerleri) bulunabilir.



$y = 79,952x - 28,036$ denkleminde $y = 50.000$ değeri için $x = 625,73$ yani 625 bulunur. Diğer bir deyişle 50.000 seriden yaklaşık 625 tanesi hatalı üretim olacaktır.

KAYNAKLAR**Soru Başlığı****Yararlanılan Kaynaklar**

Aman Petrol Canım Petrol	http://www.colorado.edu/education/DMP/activities (Erişim Tarihi: 15.12.2015)
Aracın Durma Mesafesi	Shternberg, B., Yerushalmy, M. (2003). Models of functions and models of situations: On the design of modeling-based learning environments. In R. Lesh, & H. M. Dorr (Eds.), <i>Beyond constructivism: A models & modeling perspective on mathematics problem solving, learning & teaching</i> (s. 479-498). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
Atlamak Ya Da Atlamamak!	Benson, S., Cheyney, R., Eschberger, D. & Wheeler, J.A., (2006). <i>Modeling with mathematics: A bridge to algebra II</i> . New York, NY: W.H. Freeman and Company.
Ayak İzi Problemi	"Big Foot": https://engineering.purdue.edu/ENE/Research/SGMM/CASESTUDIESKIDSWEB/bigfoot.htm (Erişim Tarihi: 15.12.2015)
Benzinin İyisi Hangisi?	Fendel, D. M., Resek, D., Alper, L., & Fraser, S. (2005). <i>Interactive Mathematics program: Integrated high school mathematics: Year 1</i> . Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
Caddede Park Yeri	Swetz, F., & Hartzler, J. S. (1991). <i>Mathematical modeling in the secondary school curriculum: A resource guide of classroom exercises</i> . Reston, VA: NCTM.
Antik Çağ Kalıntıları	" http://web.utk.edu/~auerbach/GOLD.htm " (Erişim Tarihi: 15.12.2015), Auerbach, B. M., & Ruff, C. B. (2004). Human body mass estimation: a comparison of "morphometric" and "mechanical" methods. <i>American Journal of Physical Anthropology</i> , 125, 331–342. Benson, S., Cheyney, R., Eschberger, D., & Wheeler, J. A., (2006). <i>Modeling with mathematics: A bridge to algebra II</i> . New York, NY: W.H. Freeman and Company.
Çitleyelim	Haeussler, E. F., & Paul, R.S. (2002). <i>Introductory mathematical analysis</i> . Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall.
Dergi Satışları	Aydın, N., & Erbaş, A. K. (2008). <i>Matematik 10: Ders kitabı</i> . Ankara, Türkiye: Aydın Yayıncılık.
Diş Hekimi Randevuları	Berry, J., & Houston, K. (1995). <i>Mathematical modeling</i> . Bristol, UK: J. W Arrowsmith Ltd.

Soru Başlığı**Yararlanılan Kaynaklar**

Doğa Yürüyüşü Parkuru Krokisi

Yoon, C., Dreyfus, T., & Thomas, M. O. J. (2010). How high is the tramping track? Mathematizing and applying in a calculus model-eliciting activity. *Mathematics Education Research Journal*, 22(1), 141–157.
Yoon, C., Thomas, M., & Dreyfus, T. (2011). Grounded blends and mathematical gesture spaces: Developing mathematical understandings via gestures. *Educational Studies in Mathematics*, 78, 371–393.

Gerçekten Kanser mi, Değil mi?

Eddy, D. M. (1982). Probabilistic reasoning in clinical medicine: Problems and opportunities. In D. Kahneman, P. Slovic, & A. Tversky (Eds.), *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases* (pp. 249–267). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Gün Uzunluğunu Tahmin Et

Benson, S., Cheyney, R., Eschberger, D., & Wheeler, J. A., (2006). *Modeling with mathematics: A bridge to algebra II*. New York, NY: W.H. Freeman and Company.

Köfte Savaşları

“Pizza Wars”: <http://www.colorado.edu/education/DMP/activities>. (Erişim Tarihi: 15.12.2015)

Hastanız İlacı Nasıl Kullanır?

Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modeling*. Bristol: J. W Arrowsmith Ltd.

Kaplumbağa Terbiyecisi

Aydın, N., & Erbaş, A. K. (2008). *Matematik 12: Ders kitabı*. Ankara: Aydın Yayıncılık.
Regiomontanus’ angle maximization problem. (2010, November 10). In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 09:59, December 28, 2010, from http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Regiomontanus%27_angle_maximization_problem&oldid=395982920

Kazalar, Kazalar...

Blitzer, R. (2008). *Thinking mathematically*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall.

Kim 500 Milyar İster?

Quinn, R. J. (2003). Exploring the probabilities of ‘Who Wants to be a Millionaire?’ *Teaching Statistics*, 25(3), 81–84.

Kömür Tüketimi

“Oil Consumption”: <http://intermath.coe.uga.edu/topics/datanlss/stats/a32.htm> (Erişim Tarihi: 15.12.2015)
Verilerin kaynağı: BP Statistical Review of World Energy, June 2010. (<http://www.bp.com/statisticalreview>) (Erişim Tarihi: 15.12.2015)

Soru Başlığı	Yararlanılan Kaynaklar
Meyve Suyu Ambalajı	“Doin’ The Can-can”: http://www.indiana.edu/~hmathmod/projects.html (Erişim Tarihi: 15.12.2015)
Mikroorganizmalar Nasıl Çoğalır?	http://www.mikrobiyoloji.org (Erişim Tarihi: 15.12.2015)
Nasıl Depolayalım	Swetz, F., & Hartzler, J. S. (1991). <i>Mathematical modeling in the secondary school curriculum: A resource guide of classroom exercises</i> . Reston, VA: NCTM.
Patlamış Mısır Kutusu	Davis, M. E., & Edwards, C. H. (2007). <i>Elementary mathematical modeling: Functions and graphs</i> . Upper Saddle River, NJ: Pearson.
Posta Sorunu	“Postal Restriction”: http://intermath.coe.uga.edu/topics/geometry/3dobjts/r03.htm (Erişim Tarihi: 15.12.2015) Erbas, A. K., Cakiroglu, E., Aydın, U., & Beser, S. (2006). Professional development through technology-integrated problem solving: From InterMath to T-Math. <i>The Mathematics Educator</i> , 16, 35-46.
Sarkaçlı Saati Nasıl Tamir Edelim?	Cosenza, G., Gray P., & Horn J. (2006). <i>Modeling with mathematics: A bridge to algebra</i> . Newyork: W. H. Freeman and Company.
Satranç Tahtası	Aydın, N., & Erbaş, A. K. (2010). <i>Matematik 11: Ders kitabı</i> . Ankara: Aydın Yayıncılık.
Su Deposu	Carlson, M., Larsen, S., & Lesh, R. (2003). Integrating models and modeling perspective with existing research and practice. In R. Lesh & H. Doerr (Eds.), <i>Beyond constructivism: A models and modeling perspective</i> (pp. 465-478). Mahwah, NJ: Lawrence ErlbaumAssociates.
Süt İneklerinin Dengeli Beslenmesi	National Council of Educational Research and Training. (2005). <i>Mathematics: Textbook for class XI</i> . New Delhi: Author. www.ncert.nic.in
Tahta En İyi Nereden Görünür?	Murdock, J., Kamischke, E., & Kamischke, E. (2004). <i>Discovering advanced algebra: An investigative approach</i> . Emeryville: Key Curriculum Press.
Trafik İşaret Levhaları	Foerster, P. A. (2005). <i>Calculus: Concepts and applications</i> . CA: Key Curriculum Press. “Trafik İşaretleri El Kitabı”: http://www.kgm.gov.tr/SiteCollectionDocuments/KGMdocuments/Trafik/IsaretlerElKitabi/TrafikIsaretElKitabieski.pdf (Erişim Tarihi: 15.12.2015)

Soru Başlığı**Yararlanılan Kaynaklar**

Üretim Hatası

Murdock, J., Kamischke, E., & Kamischke, E. (2004). *Discovering advanced algebra: An investigative approach*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.

Yaz İşi

Lesh, R., & Lehrer, R. (2000). Iterative refinement cycles for videotape analyses of conceptual change. In A. E. Kelly, & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 665-708). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Zıplayan Top!

"Bouncing Ball": <http://intermath.coe.uga.edu/topics/nmcncept/ratios/r16.htm> (Erişim Tarihi: 15.12.2015)

İZİNLER

"Ayak İzi Problemi", "Su Deposu", "Yaz İşi"

Prof. Dr. Richard Lesh'in 3 Aralık 2012 tarihli e-mail yazışmasındaki izni.

"Caddede Park Yeri" (Street Parking)

Adapted with permission from Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum, copyright 1991 by the National Council of the Teachers of Mathematics. All rights reserved.

"Nasıl Depolayalım" (Pack Them In!)

Reprinted with permission from Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum, copyright 1991, by the National Council of the Teachers of Mathematics. All rights reserved.

"Diş Hekimi Randevuları", "Hastanız İlacı Nasıl Kullansın?"

Prof. Dr. Ken Houston'ın 6 Eylül 2015, Prof. Dr. John Berry'nin 17 Eylül 2015 tarihli e-mail yazışmalarındaki izinleri.

"Doğa Yürüyüşü Parkuru Krokisi" Şekil 1

Copyright Clearance Center'in 8 Ekim 2015 tarih ve 3724170996039 lisans nolu izni.

"Kömür Tüketimi", "Maksimum Alan", "Posta Sorunu", "Zıplayan Top!"

Prof. Dr. James W. Wilson'ın 14 Mayıs 2014 tarihli e-mail yazışmasındaki izni.

"Süt İneklerinin Dengeli Beslenmesi"

"National Council of Educational Research and Training"ın 16 Kasım 20015 tarih ve No.F.23-142/09-Pub(TCS) sayılı izni.

